

УДК 534.2.532

**ЭВОЛЮЦИЯ ИСКАЖЕНИЙ СФЕРИЧНОСТИ ПАРОВОГО ПУЗЫРЬКА  
ПРИ ЕГО СИЛЬНОМ СЖАТИИ**

© 2011 г.

*Д.Ю. Топорков*

Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН

dem17@rambler.ru

*Поступила в редакцию 16.06.2011*

Проводится параметрическое исследование эволюции малых искажений сферичности кавитационного пузырька при его сильном сжатии в условиях экспериментов по акустической кавитации дейтерированного ацетона. Установлено, что на эволюцию искажения сферической формы одиночного пузырька при его сверхсильном сжатии весьма незначительное влияние оказывают такие физические факторы, как теплопроводность, испарение–конденсация, поверхностное натяжение, неоднородность распределения параметров в паре.

*Ключевые слова:* динамика пузырька, устойчивость сферической формы, кавитационный пузырек, акустическая кавитация, коллапс пузырька.

**Введение**

Настоящая работа посвящена параметрическому исследованию эволюции малых искажений сферичности кавитационного пузырька при его сильном сжатии в условиях, близких к экспериментам по акустической кавитации дейтерированного ацетона [1]. Для описания сжатия слабонесферического кавитационного пузырька используются различные математические модели. В наиболее полной из них [2, 3] используются уравнения газовой динамики в паре и жидкости, учитываются нестационарная теплопроводность в обеих средах, неравновесное испарение–конденсация на межфазной границе, применяются сложные реалистичные уравнения состояния, построенные по экспериментальным данным. Для изучения влияния на эволюцию искажения различных физических параметров задачи наряду с указанной моделью применяется ряд ее упрощенных аналогов, в которых пренебрегается эффектами теплопроводности, испарения–конденсации, неоднородности распределения параметров в паре, сильной сжимаемостью жидкости. Используются более простые уравнения состояния как для пара (уравнения состояния идеального газа и газа Ван-дер-Ваальса), так и для жидкости (уравнение состояния Тэта).

**Математическая модель**

Как и в [3], поверхность пузырька в сферической системе координат  $r, \theta, \varphi$  представим в

виде ряда по полиномам Лежандра

$$F(r, \theta, t) = r - R(t) \left[ 1 + \sum_{n=2}^N \varepsilon_n(t) P_n(\cos \theta) \right] = 0,$$

где  $t$  – время;  $N$  – число гармоник, используемых в представлении поверхности пузырька;  $\varepsilon_n$  – амплитуда искажения поверхности пузырька от сферической формы радиуса  $R$  в виде полинома Лежандра  $P_n(\cos \theta)$  с номером  $n$ . Искажения  $\varepsilon_n$  предполагаются малыми, так что степенями выше единицы пренебрегаем.

Предположение о малости искажения позволяет рассчитывать изменения радиуса пузырька  $R$  независимо от амплитуд искажения  $\varepsilon_n$ . В качестве основной модели для определения изменения радиуса пузырька  $R$  применяется математическая модель, в которой движение пара и жидкости описывается уравнениями газовой динамики со сложными реалистичными уравнениями состояния, построенными по экспериментальным данным, учитываются нестационарная теплопроводность в обеих средах, неравновесное испарение и конденсация на межфазной границе [2, 3]. Эволюция амплитуды  $\varepsilon_n$  находится из решения обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с переменными коэффициентами.

Используемое в математической модели пренебрежение нелинейными членами относительно  $n$  оказывается вполне приемлемым, что показало проведенное в [4] сравнение результатов работы [3] с результатами использования прямого численного моделирования.

Для исследования влияния различных пара-

метров задачи на эволюцию искажения применяются также некоторые простые математические модели, с помощью которых рассчитывается изменение радиуса пузырька. В упрощенных моделях пренебрегается теплопроводностью, испарением–конденсацией, неоднородностью распределения параметров в паре, сильной сжимаемостью жидкости. В этих моделях наряду со сложными реалистичными уравнениями состояния используются более простые уравнения состояния как для пара (уравнения состояния идеального газа и газа Ван-дер-Ваальса), так и для жидкости (уравнение состояния Тэта). Для изменения радиуса пузырька также применяется уравнение Рэля–Плессета, в котором жидкость полагается слабосжимаемой.

**Результаты расчетов**

На рис. 1 показано сравнение изменений радиуса пузырька и относительного эллипсоидального искажения его сферической формы ( $\epsilon_2^0$  – начальное искажение), полученных с использованием как основной математической модели работы [3], так и более простых моделей.

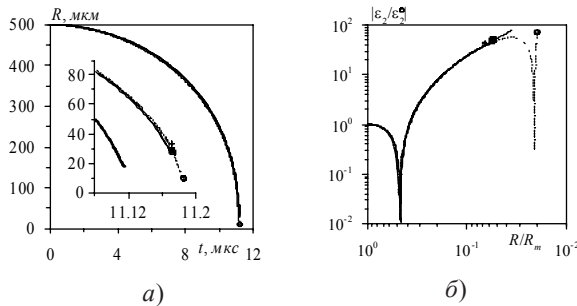


Рис. 1

Эволюция радиуса  $R(t)$  (рис. 1а) и относительного искажения  $|\epsilon_2 / \epsilon_2^0|$  (рис. 1б) рассчитана по модели работы [3] (жирные сплошные линии), в приближении слабосжимаемой жид-

кости и трех типов газа: идеального (пунктирные линии с кружком в конце), газа Ван-дер-Ваальса (пунктирные линии с крестиком в конце) и гомобарического пара ацетона (сплошные линии с закрашенным квадратом в конце), в приближении жидкости, удовлетворяющей уравнению Тэта, и гомобарического пара ацетона (сплошные линии с незакрашенным квадратом в конце). Все кривые (кроме сплошной жирной) получены без учета теплопроводности и испарения–конденсации.

Полученные близкие результаты, касающиеся, как радиальной динамики, так и искажения, говорят о том, что на эволюцию искажения сферической формы одиночного пузырька при его сверхсильном сжатии весьма незначительное влияние оказывают такие физические факторы, как теплопроводность, испарение-конденсация, поверхностное натяжение, неоднородность распределения параметров в паре. Получено, что для изменения радиуса пузырька в финальной высокоскоростной стадии сжатия, где влияние сжимаемости жидкости существенно, можно воспользоваться известным уравнением Рэля–Плессета, в которой жидкость предполагается слабосжимаемой.

*Работа выполнена в рамках программы РАН и при поддержке РФФИ.*

*Список литературы*

1. Taleyarkhan R.P. et al. // Science. 2002. V. 295. P. 1868–1873.
2. Nigmatulin R.I. et al. // Physics of Fluid. 2005. V. 17. P. 107106.
3. Аганин А.А., Ильгамов М.А., Нигматулин Р.И., Топорков Д.Ю. // Изв. РАН. МЖГ. 2010. №1. С. 57–69.
4. Аганин А.А., Топорков Д.Ю., Халитова Т.Ф., Хисматуллина Н.А. // Вестник Татарского государственного гуманитарно-педагогич. ун-та. 2010. Т. 21, №3. С. 6–12.

**EVOLUTION OF SPHERICITY DISTORTIONS OF A VAPOR BUBBLE UNDERGOING INTENSIVE COMPRESSION**

*D. Yu. Toporkov*

The parametric study of the evolution of small distortions of sphericity of a cavitation bubble undergoing intensive compression in the conditions close to experimental ones on nuclear emissions during acoustic cavitation is performed. It is found that influence of such physical factors as heat conductivity, evaporation-condensation, surface tension, nonuniform distribution of the vapor parameters on variation of the shape of a bubble during its strong compression is quite small.

*Keywords:* bubble dynamics, stability of bubble sphericity, cavitation bubble, acoustic cavitation, bubble collapse.