

УДК 532.546;519.6

**ПЕРЕХОДЫ И УСТОЙЧИВОСТЬ КОНВЕКТИВНЫХ ДВИЖЕНИЙ
В ПОРИСТЫХ КОЛЬЦЕВЫХ СЕКТОРАХ**

© 2011 г.

А.В. Трофимова, В.Г. Цибулин

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

tsybulin@math.rsu.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Рассматривается решение уравнений фильтрационной конвекции в кольцевых секторах. Предложена конечно-разностная схема смещенных сеток в полярных координатах, сохраняющая косимметрию исходной системы, и развит метод вычисления семейств стационарных движений и продолжения их по параметрам задачи. Представлены результаты численного исследования семейств и возникновения неустойчивости стационарных течений для различных кольцевых секторов, изучено ответвление и развитие нестационарных движений.

Ключевые слова: фильтрационная конвекция, конечно-разностная схема, семейство стационарных режимов, косимметрия.

Неединственность стационарных режимов

Задача фильтрационной конвекции является актуальной из-за многочисленных научных и технических приложений и обладает рядом особенностей, отличающих ее от задачи свободной конвекции. Д.В. Любимовым было обнаружено возникновение семейства стационарных конвективных режимов в плоской задаче Дарси [1]. Это явление было объяснено В.И. Юдовичем с помощью теории косимметрии [2]. Непрерывное семейство стационарных режимов, различающихся спектральными характеристиками, возникает после того, как состояние механического равновесия потеряет устойчивость. С увеличением интенсивности подогрева некоторые равновесия на семействе становятся неустойчивыми.

Изучение семейств конвективных движений при больших надкритичностях возможно только с помощью численных методов. Вычисления семейств в задаче фильтрационной конвекции проведены только для прямоугольных областей на основе сохраняющих косимметрию метода Галеркина [3], спектрально-разностного метода [4], специального варианта схемы смещенных сеток [5]. Конечно-разностный метод расчета семейств стационарных режимов для уравнений в полярных координатах развит в [6].

**Фильтрационная конвекция
в кольцевом секторе**

Рассматривается задача фильтрационной конвекции в удлиненном цилиндре, подогреваемом снизу, с сечением в виде кольцевого сектора (рис. 1). Фильтрационное число Рэлея определяется формулой $\lambda = g\beta l^2 \partial T / k\chi$, где g – ускорение свободного падения, β – коэффициент теплового расширения, $k = \nu/K$ – отношение коэффициента вязкости жидкости к проницаемости, l – масштаб длины, χ – коэффициент температуропроводности, ∂T – градиент температуры по высоте.

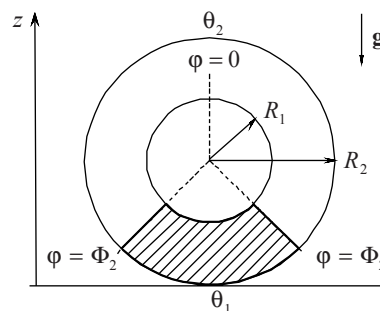


Рис. 1

Система уравнений в полярных координатах для радиальной и азимутальной скоростей $u(r, \varphi, t)$, $v(r, \varphi, t)$, давления $p(r, \varphi, t)$ и отклонения температуры от равновесного профиля $\theta r, \varphi, t$ имеет вид:

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \Delta\theta + G(u, v) - J(\theta, u, v), \\ G(u, v) &= u \cos \varphi - v \sin \varphi, \\ J(\theta, u, v) &= u \partial_r \theta + \frac{1}{r} v \partial_\varphi \theta, \\ \frac{1}{r} \partial_r (ru) + \frac{1}{r} \partial_\varphi v &= 0, \quad 0 = -\partial_r p - u + \lambda \theta \cos \varphi, \\ 0 &= -\frac{1}{r} \partial_\varphi p - v - \lambda \theta \sin \varphi. \end{aligned}$$

На границе области для компонент скорости задаются условия непротекания и нулевые краевые условия первого рода для температуры.

Семейство конвективных движений в кольцевых секторах

Проведено исследование стационарных режимов, формирующихся в результате первого перехода, когда механическое равновесие теряет устойчивость. Рассматривались кольцевые секторы с разными углами раствора и радиусами. Для всех областей было получено ответвление семейства стационарных движений от механического равновесия. В зависимости от величины кольцевого сектора реализуются разнообразные конвективные движения, с числом валов от двух до шести. Для узкой трапецевидной области семейство стационарных режимов ответвляется при $\lambda_{cr} \approx 155$. На рис. 2 представлена кривая семейства при $\lambda = 300$ линии тока и распределение температуры для нескольких режимов (отмечены цифрами).

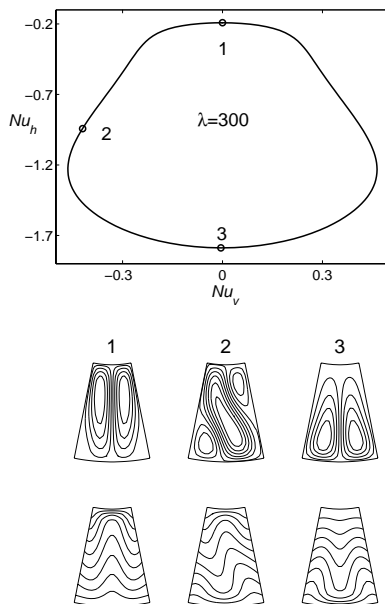


Рис. 2

Семейство составляют в основном стационарные движения в виде двух или трех конвективных валов. При значении параметра Рэлея $\lambda > 330$ на семействе впервые появляются участки из неустойчивых режимов. Для полукольца семейство стационарных конвективных режимов ответвляется при $\lambda_{cr} \approx 42$, и уже при $\lambda > 97$ в результате монотонной неустойчивости на семействе появляются два участка потерявших устойчивость режимов. В зависимости от начальных данных могут реализовываться режимы с числом конвективных валов от двух до шести. На рис. 3 представлено семейство при $\lambda = 105$, цифрами обозначены режимы, для которых приведены функции тока, звездочками обозначены неустойчивые режимы.

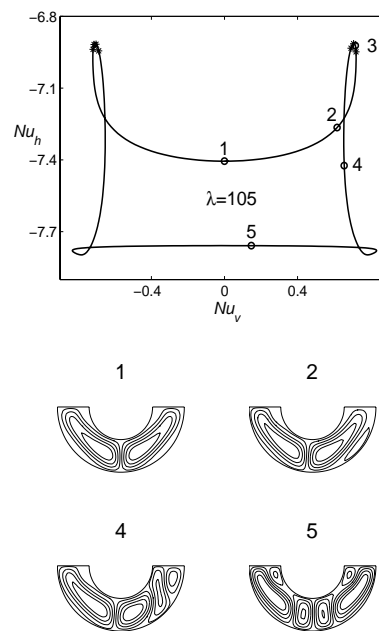


Рис. 3

Для различных кольцевых секторов изучена эволюция семейств с ростом числа Рэлея и проанализировано возникновение неустойчивых стационарных течений.

Список литературы

1. Любимов Д.В. // ПМТФ. 1975. №2. С. 131–137.
2. Юдович В.И. // Мат. заметки. 1991. Т. 49, вып. 5. С. 142–148.
3. Говорухин В.Н., Шевченко И.В. // Изв. РАН. МЖГ. 2003. №5. С. 115–128.
4. Кантур О.Ю., Цибулин В.Г. // ПМТФ. 2003. Т. 44, №2. С. 92–100.
5. Немцев А.Д., Цибулин В.Г. // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2007. №4. С. 144–150.
6. Трофимова А.В., Цибулин В.Г. // Изв. вузов. Сев.-Кав. Регион. Естеств. Науки. Спецвыпуск. 2009. С. 211–215.

TRANSITIONS AND STABILITY OF CONVECTIVE FLOWS IN POROUS ANNULAR ENCLOSURES*A.V. Trofimova, V.G. Tsybulin*

Planar convective flows in a porous annular enclosure are considered in the paper. A finite-difference scheme is developed for Darcy equations in polar coordinates. Approximations are constructed in order to preserve the discrete version of the cosymmetry. Numerical studies of the steady states families are presented. Instability of steady flows from the family is analyzed for different annular enclosures and branching-off of unsteady motions is examined.

Keywords: convection, porous medium, finite-difference scheme, family of steady states, co-symmetry.