

УДК 532.5;537.29;537.39;537.634

## ТЕЧЕНИЕ ВНУТРИ И ВНЕ МНОГОСЛОЙНОЙ КАПЛИ ВЯЗКИХ ЭЛЕКТРОПРОВОДНЫХ ПОЛЯРИЗУЮЩИХСЯ НАМАГНИЧИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЫ ЛОРЕНЦА

© 2011 г.

А.Н. Тятюшкин

НИИ механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

tan@imec.msu.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Теоретически исследуются течения в вязких электропроводных поляризуемых намагничивающихся жидкостях в одновременно приложенных однородных постоянных электрическом и магнитном полях. В качестве общего случая рассматривается капля, состоящая из произвольного числа концентрических сферических слоев таких жидкостей, взвешенная в вязкой электропроводной поляризуемой намагничивающейся жидкости. Частным случаем такой системы является сферическая капля. К системе приложены однородные постоянные электрическое и магнитное поля, векторы напряженности которых произвольно ориентированы по отношению друг к другу. В такой системе под действием силы Лоренца возникает течение жидкостей. Кроме того, в ней, вообще говоря, возникает электрогидродинамическое течение.

*Ключевые слова:* электродинамика сплошных сред, гидродинамика, электрическое поле, электрический ток, магнитное поле, сила Лоренца, вязкость.

### Введение

Исследование действия силы Лоренца на каплю (или частицу), взвешенную в жидкости, имеет приложение к электромагнитной сепарации и процессам, происходящим при электролизе расплавов солей. Кроме того, учет силы Лоренца может быть необходим при исследовании действия электрического и магнитного полей на магнитную жидкость с достаточно большой проводимостью. К таким магнитным жидкостям могут относиться не только магнитные жидкости на основе жидких металлов, но и ионно стабилизированные магнитные жидкости на водной основе.

Начало исследованиям в этой области было положено работой [1], в которой была решена задача об обтекании проводящей немагнитной жидкостью проводящей немагнитной сферической частицы в приложенных однородных постоянных электрическом и магнитном полях, векторы напряженности которых перпендикулярны друг другу. В [2] решена задача о течении внутри и вне сферической капли немагнитной проводящей жидкости, взвешенной в другой несмешивающейся с ней немагнитной проводящей жидкости в приложенных однородных постоянных электрическом и магнитном

полях, векторы напряженности которых перпендикулярны друг другу. Рассмотрен слабопроводящий намагничивающийся абсолютно твердый шар в слабопроводящей намагничивающейся жидкости, заполняющей все пространство [3] и сферическую полость [4], в приложенных однородных постоянных электрическом и магнитном полях, угол между векторами напряженности которых произволен.

### Постановка задачи

Рассмотрим сферическую каплю, окруженную  $N - 1$  концентрическими с ней сферическими слоями несмешивающихся жидкостей в бесконечном объеме жидкости (рис. 1, где  $N=3$ ).

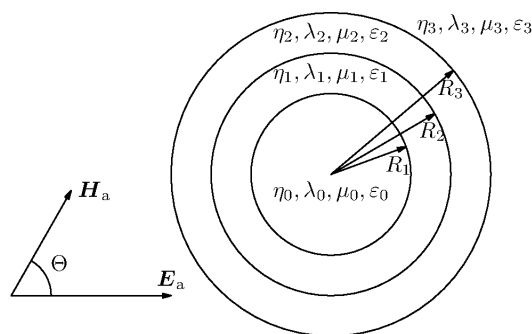


Рис. 1

Вся эта система покоится и находится в одновременно приложенных однородных постоянных электрическом и магнитном полях с напряженностями  $\mathbf{E}_a$  и  $\mathbf{H}_a$  соответственно. Пусть  $R_i$  ( $i = 1, j, N$ ) – радиусы сфер, ограничивающих слои;  $\lambda_i$ ,  $\epsilon_i$ ,  $\mu_i$  и  $\eta_i$  – электропроводность, диэлектрическая проницаемость, магнитная проницаемость и вязкость жидкости, заполняющей пространство между соседними сферами радиусами  $R_i$  и  $R_{i+1}$  (считается, что  $R_0 = 0$  и  $R_{N+1} = \infty$ , так что  $i = 0$  соответствует капле,  $i = N$  – окружающей жидкости). Принято, что поверхностные натяжения границ раздела между жидкостями достаточно велики.

Напряженности электрического и магнитного полей подчиняются уравнениям Максвелла в электрогидродинамическом (ЭГД) и феррогидродинамическом приближениях. На границе раздела для электрического поля выполняются условия непрерывности тангенциальных составляющих векторов напряженностей электрического и магнитного полей и нормальных составляющих векторов магнитной индукции и плотности электрического тока. Течение жидкостей подчиняется уравнению неразрывности и уравнению Навье–Стокса для несжимаемой жидкости в приближении Стокса. На границах раздела выполняются условия непроницаемости, непроскальзывания и непрерывности тангенциальной составляющей вектора полных напряжений.

### Результаты исследования

В данной постановке задача об электрическом поле решается независимо от задачи о магнитном поле и от задачи о течении. По известному электрическому полю находится распределение токов, а по известному распределению токов независимо от задачи о течении решается задача о магнитном поле. При известных полях задачи об электрогидродинамическом течении и течении, вызванном силой Лоренца, решаются независимо друг от друга.

Решения уравнений для векторов напряженности электрического и магнитного полей, скорости и давления в каждой жидкости получены в виде явных выражений, содержащих числовые коэффициенты, различные для различных жидкостей. Из граничных условий для этих коэффициентов получены рекуррентные соотношения. Для коэффициентов в выражениях для векторов напряженности электрического и магнитного поля эти рекуррентные соотношения позволяют последовательно вычислить все коэффициенты. Для коэффициентов в выражениях для скорости и давления полученные

рекуррентные соотношения представляют собой конечную систему линейных алгебраических уравнений. Полученное решение общей задачи можно использовать и для случая, когда любая жидкость заменяется на абсолютно твердое тело. При этом в найденном решении вязкость соответствующей жидкости нужно устремить к бесконечности.

Поле скорости течения может быть представлено в виде суперпозиции полей скоростей четырех течений. Одно из них является ЭГД течением, а три остальных вызваны силой Лоренца. Одно из течений, вызванных силой Лоренца, обусловлено собственным магнитным полем токов, текущих через жидкости, а два других – приложенным магнитным полем. Как магнитное поле токов, так и приложенное магнитное поле, искажены за счет того, что жидкости – намагничивающиеся. ЭГД-течение и течение, вызванное силой Лоренца собственного магнитного поля токов, – осесимметричны относительно оси, проходящей параллельно вектору напряженности приложенного электрического поля через центр сферических границ раздела жидкостей, и для них существуют стоксовы функции тока. Поле скоростей течений, вызванных силой Лоренца приложенного магнитного поля, можно представить в виде суперпозиции двух полей. Для одного из этих полей существует функция тока, т.к. оно симметрично относительно оси, проходящей параллельно векторному произведению векторов напряженности приложенных электрического и магнитного полей через центр сферических границ раздела жидкостей. Другое поле скоростей обладает тем свойством, что каждая его линия тока целиком лежит на одной из концентрических сфер, центр которых совпадает с центром сферических границ раздела жидкостей. Семейство линий тока, лежащих на одной такой сфере, имеет один и тот же вид для любой сферы, а соответствующее ему поле скоростей имеет шесть точек покоя, четыре из которых являются особыми точками типа центр, а две – типа седло.

В качестве частного случая общей задачи рассмотрена сферическая капля, взвешенная в жидкости, несмешивающейся с жидкостью капли. Для этого случая все коэффициенты найдены из рекуррентных соотношений в явном виде.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант №10-01-00015.*

### Список литературы

1. Leenov D., Kolin A. // J. Chemical Physics. 1954. Vol. 22. P. 683–688.
2. Попов В.И., Цинобер А.Б. // Магнитная гидро-

динамика. 1971. №2. С. 59–62.

Екатеринбург: УрО РАН, 2003. С. 273–274.

3. Налетова В.А., Тятюшкин А.Н. // Зимняя школа по механике сплошных сред (тринадцатая): Тез. докл.

4. Naletova V.A., Turkov V.A., Tyatyushkin A.N. // J. Magn. Mater. 2005. V. 289. P. 370–372.

**FLOW INSIDE AND OUTSIDE A MULTI-LAYER DROP OF VISCOUS ELECTRICALLY CONDUCTING POLARIZABLE MAGNETIZABLE LIQUIDS UNDER THE ACTION OF THE LORENTZ FORCE**

*A.N. Tyatyushkin*

Flows in viscous electroconductive polarizable magnetizable liquids in simultaneously applied magnetic and electric fields are theoretically investigated. A drop consisting of an arbitrary number of concentric spherical layers of electroconductive polarizable magnetizable liquids suspended in an electroconductive polarizable magnetizable liquid is considered as a general case. A spherical drop is a particular case of such a system. Uniform constant electric and magnetic fields whose intensity vectors are arbitrarily oriented with respect to each other are applied to the system. In such a system, the Lorentz force enforces the liquids to flow. Besides, electrohydrodynamic flow arises in it in a general case.

*Keywords:* electrodynamics of continua, hydrodynamics, electric field, electric current, magnetic field, Lorentz force, viscosity.