

УДК 532.592

ДИНАМИКА УМЕРЕННО ДЛИННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН НА ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА ДВУХ ПОТОКОВ ЖИДКОСТЕЙ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ КАНАЛЕ

© 2011 г.

Г.А. Хабахнашев^{1,2}, Д.Г. Архипов^{1,2}, Н.С. Сафарова¹

¹Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

²Новосибирский госуниверситет

theory@itp.nsc.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Для задачи о динамике слабонелинейных трехмерных возмущений границы раздела двух неглубоких слоев жидкостей в горизонтальном канале при наличии стационарного сдвигового течения получена комбинированная модель из одного основного нелинейного эволюционного уравнения и нескольких простых вспомогательных линейных уравнений. Последние необходимы для нахождения векторов горизонтальных скоростей жидкостей и других величин, входящих лишь в члены второго порядка малости главного уравнения. Построенная модель позволила исследовать различные типы взаимодействия локализованных возмущений. В частности, продемонстрировано, что по границе раздела сдвигового течения способны одновременно распространяться плоские или квазиплоские уединенные волны разной полярности. Также показано, что может наблюдаться ослабление возмущений, движущихся в направлении потока, и, наоборот, усиление волн, бегущих против потока.

Ключевые слова: взаимодействие возмущений, граница раздела, двухслойная жидкость, длинные волны, моделирование, неглубокие слои, нелинейные волны, солитон, стационарный поток, трехмерные возмущения, эволюция.

В работах [1, 2] был предложен новый подход для моделирования возмущений поверхности первоначально покоящейся неглубокой жидкости, реализующий основные достоинства известных моделей и в то же время свободный от некоторых их недостатков. Данный подход заключается в выводе одного нелинейно-дисперсионного уравнения для существенно трехмерного возмущения поверхности жидкости и нескольких простых линейных вспомогательных уравнений, определяющих векторы скорости частиц среды, которые входят лишь в члены второго порядка малости главного уравнения. В статье [3] этот метод обобщен на случай внутренних волн в водоемах со скачком плотности.

Продемонстрировано применение нового подхода к описанию эволюции умеренно длинных слабонелинейных возмущений границы раздела двух слоев идеальных жидкостей, ограниченных горизонтальными дном и крышкой, при наличии стационарных течений и проведено исследование влияния скоростей установившихся потоков на трансформацию волн с помощью численных решений.

Предполагалось, что крышка и дно канала

неподвижны и недеформируемы; несжимаемые и невязкие жидкости не смешиваются; внутри каждого слоя неизменны плотность жидкости и вектор скорости стационарного потока; «длина волны» существенно больше, а амплитуда возмущения значительно меньше равновесных глубин слоев; капиллярные эффекты не велики; возникающие течения жидкостей в слоях потенциальны. В итоге ряда преобразований исходная система уравнений гидродинамики сведена к следующей комбинированной модели, которая содержит одно основное нелинейное эволюционное уравнение и несколько простых вспомогательных линейных уравнений:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - c_0^2 \nabla^2 \eta + 2(\mathbf{U}_{12} + \mathbf{U}_{21}) \cdot \nabla \frac{\partial \eta}{\partial t} + D^2 \eta - \frac{h_1 h_2}{\chi} \nabla^2 (\rho_2 \mathbf{u}_2^2 - \rho_1 \mathbf{u}_1^2) - \frac{\alpha}{2} \nabla^2 \eta^2 - \frac{H}{\chi} \nabla \cdot (\eta \nabla p_U) - \beta \nabla^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - 2\mathbf{U}_\beta \cdot \nabla \nabla^2 \frac{\partial \eta}{\partial t} - D_\beta^2 \nabla^2 \eta = 0, \quad (1)$$

$$\nabla^2 p_U = \frac{\rho_1 \rho_2}{\chi} \left(2(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1) \cdot \nabla \frac{\partial \eta}{\partial t} + [(\mathbf{U}_2 \cdot \nabla)^2 - (\mathbf{U}_1 \cdot \nabla)^2] \eta \right), \quad (2)$$

$$\nabla^2 \varphi_l = \frac{(-1)^{l+1}}{h_l} \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} + \mathbf{U}_l \cdot \nabla \eta \right), \quad \mathbf{u}_l = \nabla \varphi_l. \quad (3)$$

Здесь η – возмущение границы раздела, t – время, x и y – горизонтальные координаты, h_l – равновесные глубины слоев, ρ_l – плотности жидкостей, \mathbf{u}_l – горизонтальные компоненты векторов возмущений скоростей жидкостей, $H = h_1 + h_2$, индекс $l = 1, 2$ – соответственно для параметров верхней и нижней жидкостей, величины c_0 , α , β и χ определяются только геометрическими (h_1 , h_2) и физическими (ρ_1 , ρ_2 , g и σ , где g – ускорение свободного падения, σ –

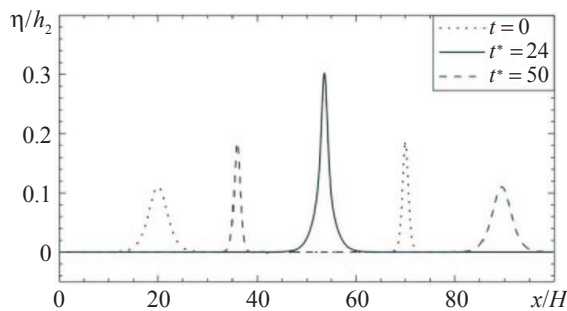


Рис. 1

поверхностное натяжение) параметрами задачи, величины \mathbf{U}_{12} , \mathbf{U}_{21} и \mathbf{U}_β зависят еще и от стационарных скоростей течений \mathbf{U}_l , а операторы D и D_β содержат оператор градиента. Уравнения (2) и (3) необходимы для нахождения градиента давления на границе раздела слоев, связанного с установившимися потоками, и векторов возмущений горизонтальных скоростей жидкостей, входящих лишь в члены второго порядка малости уравнения (1).

Проведен дисперсионный анализ линеаризованной версии основного модельного уравнения в случае, когда стационарное течение имеется только в одном из слоев и все скорости направлены лишь вдоль одной координаты. Показано, что при наличии установившегося относительного движения жидкостей решение может содержать растущие моды в коротковолновой области (аналог неустойчивости Кельвина – Гельмгольца). Нейтральные кривые вычислены при параметрах задачи, которые соответствуют условиям проведения экспериментов [4, 5] по распространению одиночных возмущений границы раздела керосина и воды против потоков. При учете поверхностного натяжения области устойчивости увеличиваются, что особенно заметно при малых скоростях стационарного течения жидкости.

Модельная система уравнений имеет плоские установившиеся бегущие решения типа кно-

идальных волн (в частности, солитонов). Рассчитано столкновение двух солитонов. При этом отклонения границы раздела были как одинаковой, так и различной полярности (рис. 1 и рис. 2, где $t^* = tc_0/H$).

На рис. 1 показана трансформация двух плоских солитонов одной полярности ($\eta_s > 0$) при столкновении (значения параметров расчета: $\rho_1/\rho_2 = 0.8$, $h_1/h_2 = 2.7$, $U_2/c_0 = 0.5$); рис. 2 иллюстрирует эволюцию двух плоских солитонов разной полярности ($\eta_s < 0$ и $\eta_s > 0$) при столкновении (значения параметров расчета: $\rho_1/\rho_2 = 0.8$, $h_1/h_2 = 1.26$, $U_2/c_0 = 0.5$).

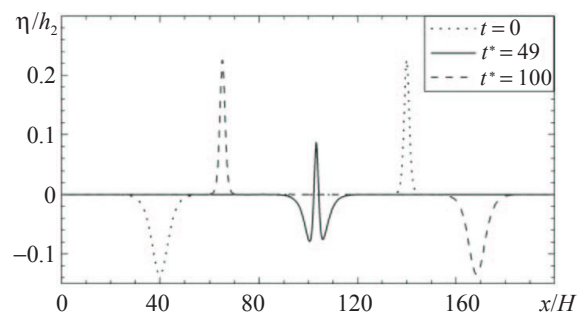


Рис. 2

Вычислена эволюция уединенного в пространстве возмущения, которое в начальный момент времени покоилось, а его форма была осесимметричной и колоколообразной. Как и ожидалось, с некоторого момента времени за фронтом основной волны граница раздела опускается ниже равновесного уровня, а затем медленно стремится к этому уровню. Рассчитана трансформация крестообразного возмущения, которое первоначально также покоилось. Оно представляло собой суперпозицию четырех плоских уединенных решений: одно решение для волны, распространяющейся в направлении роста координаты x , другое – для волны, движущейся в противоположном направлении, и еще два аналогичных решения – по координате y .

Продемонстрировано, что образуются четыре квазиплоские волны, разбегающиеся в четыре стороны. На пересечениях этих волн имеются четыре пика возмущения границы раздела. Спутные возмущения превращаются в солитоны со следующими за ними волновыми пакетами. Возмущения, распространяющиеся против стационарных течений, преобразуются вначале в треугольные с крутым передним и растянутым задним фронтами, затем из них выделяются цепочки солитонов спадающей амплитуды.

Кроме того, исследовано взаимодействие четырех плоских уединенных волн, попарно движу-

щихся навстречу друг другу. При этом возмущения, распространяющиеся вдоль координаты y , имели одинаковую полярность, а волны, бегущие вдоль координаты x , – различную.

Таким образом, в работе рассмотрена динамика умеренно длинных пространственных волн малой, но конечной амплитуды, одновременно распространяющихся под любыми углами друг к другу по границе раздела сдвигового потока двух жидкостей в горизонтальном канале.

Численные эксперименты подтвердили пригодность представленного подхода для решения ряда характерных плоских и пространственных задач динамики нелинейных волн. Определено влияние скорости установившихся потоков на эволюцию протяженных и уединенных в пространстве возмущений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Правительством России научных исследований, проводимых под руководством ведущих ученых в российских вузах, грант № П.Г34.31.0035 (В.Е. Захаров – Новосибирский госуниверситет).

Список литературы

1. Архипов Д.Г., Хабахпашев Г.А. // Докл. РАН. 2006. Т. 409, №4. С. 476–480.
2. Хабахпашев Г.А. // IX Всеросс. съезд по теор. и прикл. механике: Аннот. докл. Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2006. Т. II. С. 177–178.
3. Архипов Д.Г., Сафарова Н.С., Хабахпашев Г.А. // Фунд. и прикл. гидрофиз. 2009. Т. 2, №2. С. 67–76.
4. Букреев В.И., Гаврилов Н.В. // Прикладная механика и техническая физика. 1983. Т. 24, №5. С. 51–56.
5. Гаврилов Н.В. // Прикладная механика и техническая физика. 1986. Т. 27, №5. С. 49–54.

THE DYNAMICS OF MODERATELY LONG NONLINEAR WAVES ON THE INTERFACE OF TWO LIQUID FLOWS IN A HORIZONTAL CHANNEL

G.A. Khabakhpashev, D.G. Arkhipov, N.S. Safarova

For the problem of the dynamics of weakly nonlinear three-dimensional perturbations of two shallow liquid layers in a horizontal channel in the presence of steady shear flow, a combined model is obtained, which consists of one main nonlinear evolution equation and several simple auxiliary linear equations. The latter are necessary to find the vectors of horizontal velocities of the liquid and other quantities appearing only in terms of second order of smallness of the main equation. Use of the constructed model made it possible to study different types of interaction between the localized perturbations. In particular, it is demonstrated that plane or quasi-plane solitary waves of different polarity are able to propagate simultaneously along the interface shear flow. It is also shown that a weakening of disturbances moving in the direction of flow, and conversely, and strengthening of waves traveling against the flow may be observed.

Keywords: interaction of perturbations, interface, two-layered liquid, long waves, simulation, shallow layers, nonlinear waves, soliton, stationary flow, three-dimensional disturbances, evolution.