

УДК 532.517.4

**ДИНАМИКА ТУРБУЛЕНТНЫХ ФЛУКТУАЦИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ
В ИЗОТРОПНОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ**

© 2011 г.

Г.Г. Черных, М.К. Баев

Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

chernykh@ict.nsc.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

С применением градиентной гипотезы, связывающей смешанный двухточечный корреляционный момент третьего порядка с двухточечной корреляционной функцией второго порядка поля пассивного скаляра, осуществлено замыкание уравнения Корсина. Построена основанная на замкнутых уравнениях Кармана–Ховарта и Корсина численная модель динамики турбулентных флуктуаций температуры в изотропном турбулентном потоке.

Ключевые слова: изотропная и локально изотропная турбулентность, уравнения Кармана–Ховарта и Корсина, математическое моделирование.

Для описания изотропного турбулентного течения и флуктуаций температуры в нем привлекается система уравнений Кармана–Ховарта и Корсина [1]:

$$\frac{\partial B_{LL}}{\partial t} = \frac{1}{r^4} \frac{\partial}{\partial r} r^4 \left(B_{LL,L} + 2\nu \frac{\partial B_{LL}}{\partial r} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial B_{\theta\theta}}{\partial t} = \frac{2}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 \left(B_{L\theta,0} + \chi \frac{\partial B_{\theta\theta}}{\partial r} \right). \quad (2)$$

Здесь B_{LL} , $B_{LL,L}$ – продольные двухточечные корреляционные функции поля скорости второго и третьего порядка; $B_{\theta\theta}$ – двухточечная корреляционная функция поля температуры; $B_{L\theta,0}$ – смешанный момент третьего порядка; ν , χ – коэффициенты кинематической вязкости и температуропроводности.

Для замыкания уравнений (1), (2) используем гипотезы градиентного типа [2, 3] ($i = 1, 2$):

$$B_{LL,L} = 2K_1 \frac{\partial B_{LL}}{\partial r}, \quad B_{L\theta,0} = K_2 \frac{\partial B_{\theta\theta}}{\partial r}, \quad (3)$$

$$K_i = \kappa_i r \sqrt{2[B_{LL}(0,t) - B_{LL}(r,t)]}.$$

Если числа Рейнольдса и Пекле достаточно велики, то, как известно, существует равновесный интервал значений r , в котором система уравнений (1), (2) сводится к системе уравнений Колмогорова–Яглома [1] для структурных функций. В инерционно-конвективном интервале значений r структурные функции второго порядка имеют универсальное представление Колмогорова–Обухова [1] (закон двух третей). Эмпирические постоянные в (3) определяются из этого представления. Рассчитанные с применением замкнутой системы уравнений Колмогорова–Яглома структур-

ные функции второго порядка и на основе гипотез (3) структурные функции третьего порядка, а также одномерные спектры хорошо согласуются с многочисленными экспериментальными данными.

Автомодельное решение замкнутой системы уравнений (1), (2), соответствующее $\nu = \chi = 0$, в предположении постоянства инвариантов Лойцянского и Корсина [1] и выполнения краевых условий

$$B_{LL,L} = 2K_1 \frac{\partial B_{LL}}{\partial r} = B_{L\theta,0} = K_2 \frac{\partial B_{\theta\theta}}{\partial r} = 0, \\ r = 0, \quad B_{LL} = B_{\theta\theta} \rightarrow 0, \quad r \rightarrow \infty$$

имеет вид

$$B_{LL} = u^2 f(r/L) = u^2 f(\xi), \\ B_{\theta\theta} = \theta^2 \varphi(\xi), \quad \xi = r/L, \quad (4)$$

$$-2\sqrt{1-f} + \ln(1+\sqrt{1-f}) - \\ -\ln(1-\sqrt{1-f}) = (2/3)\xi, \quad (5)$$

$$u = A(t-t_0)^{-5/7}, \quad L = (14\sqrt{2}/3)\kappa_1 A(t-t_0)^{2/7}, \quad (6)$$

$$\varphi = \exp[-(2\kappa_1/(3\kappa_2)) \int_0^\xi (1/\sqrt{1-f}) d\xi]; \\ \theta^2 = K/L^3 Q_\theta. \quad (7)$$

Здесь

$$A^7 = \frac{\Lambda}{Q_u (14\kappa_1 \sqrt{2}/3)^5}, \quad \Lambda = \int_0^\infty r^4 B_{LL}(r,t) dr, \\ K = \int_0^\infty r^2 B_{\theta\theta}(r,t) dr$$

– инварианты Лойцянского и Корсина; $t_0 = \text{const}$;

$$Q_u = \int_0^\infty \xi^4 f(\xi) d\xi, \quad Q_\theta = \int_0^\infty \xi^2 \varphi(\xi) d\xi.$$

Из (7) следует, что $\varphi \approx 1 - (2\kappa_1/3\kappa_2)\xi^{2/3} = \varphi_0(\xi)$ при малых ξ . Автомодельное решение (5), (6) получено Лыткиным [2]. Законы вырождения (6) согласуются с известными законами А.Н. Колмогорова [1]. График функции $\varphi(\xi)$ – автомодельное решение уравнения Корсина, соответствующее $Q_u = 100$ – представлен на рис. 1. Наряду с $\varphi(\xi)$ на рис. 1 приведена также функция $\varphi_1(\xi) = e^{-(2\kappa_1/3\kappa_2)\xi}$ – автомодельное решение уравнения Корсина, замкнутого с применением упрощенной модели Миллионщикова, в которой полагалось:

$$K_1 = \kappa_1 r \sqrt{B_{LL}(0,t)}, \quad K_2 = \kappa_2 r \sqrt{B_{LL}(0,t)}.$$

На рисунке цифрами обозначены кривые: 1 – $\varphi(\xi)$ определяется формулой (7); 2 – функция $\varphi_0(\xi) = 1 - (2\kappa_1/3\kappa_2)\xi^{2/3}$; 3 – функция $\varphi_1(\xi) = e^{-(2\kappa_1/3\kappa_2)\xi}$.

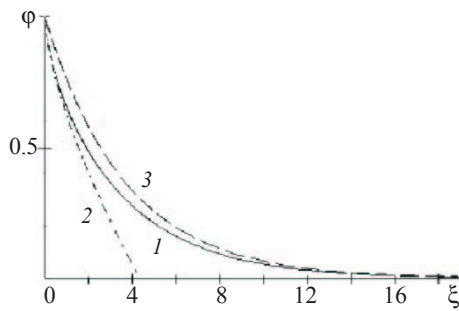


Рис. 1

Известно [1], что близкую к изотропной турбулентность можно создать в лабораторных условиях, помещая в рабочей части аэродинамичес-

кой трубы или гидроканала турбулизующую решетку. Результаты измерений корреляционных функций в потоке за турбулизующими решетками можно использовать для сопоставления с результатами расчетов.

Построена основанная на замкнутой системе уравнений (1), (2) численная модель динамики изотропной турбулентности и турбулентных флуктуаций температуры в изотропном турбулентном потоке. Результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными Корсина и его коллег [1]. Подробное изложение полученных результатов можно найти в [3–5].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 07-01-00363, 10-01-00435).

Список литературы

1. Монин А.С., Яглом А.М., Статистическая гидромеханика. Изд. 2-е, перераб. и доп. Т. 2. СПб.: Гидрометеиздат, 1996.
2. Лыткин Ю.М., Черных Г.Г. Об одном способе замыкания уравнения Кармана–Ховарта // Динамика сплошной среды / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1976. Вып. 27. С. 124–130.
3. Баев М.К., Черных Г.Г. Численное моделирование турбулентного течения за нагретой решеткой // ПМТФ. 2009. Т. 50, №3. С. 118–126.
4. Chernykh G. G., Baev M. K. Numerical simulation of the structure of fully developed turbulent flow in a small-scale zone // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2010. Vol. 25, No4. P. 289–302.
5. Baev M.K., Chernykh G.G. On Corrsin equation closure // Journal of Engineering Thermophysics. 2010. Vol. 19, No 3. P. 154–169.

DYNAMICS OF TURBULENT TEMPERATURE FLUCTUATIONS IN ISOTROPIC TURBULENT FLOW

G.G. Chernykh, M.K. Baev

Corrsin equation is closed using the gradient hypothesis relating a two-point third-order correlation moment to a two-point second-order correlation function of a passive scalar field. Based on closed system of Karman–Howarth and Corrsin equations the numerical model of turbulent temperature fluctuations dynamics in isotropic turbulent flow is developed.

Keywords: isotropy and local isotropy turbulence, Karman–Howarth and Corrsin equations, mathematical modeling.