

УДК 533.6.013.42

ФЛАТТЕР ПЛАСТИНЫ В ПОТОКЕ ГАЗА ПРИ НИЗКИХ СВЕРХЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

© 2011 г.

В.В. Веденеев

Московский госуниверситет им. М. В. Ломоносова

vasily@vedeneev.ru

Поступила в редакцию 16.05.2011

Задача о флаттере пластины в потоке детально исследована в предположении, что число Маха велико, при этом для вычисления давления, действующего на пластину, используется поршневая теория, дающая простое выражение давления через прогиб пластины при $M \gg 1$ [1–3]. При низких числах Маха, $1 < M < 1.7$, поршневая теория неверна, а точная теория потенциального течения газа дает сложное интегро-дифференциальное выражение для давления. По этой причине задача о флаттере пластин при низких сверхзвуковых скоростях исследована слабо. Недавно с помощью асимптотического метода [4] было обнаружено, что для пластин больших размеров при таких скоростях существует область неустойчивости, не обнаруживаемая с помощью поршневой теории [5], причем физический механизм перехода к неустойчивости отличается от известного ранее. Позже существование этой неустойчивости, названной одномодовым флаттером, было подтверждено экспериментально [6]. Устойчивость пластины исследуется численно для произвольных размеров пластины. Получены границы устойчивости первых шести мод колебаний пластины и исследовано влияние параметров задачи.

Ключевые слова: панельный флаттер, флаттер пластины, одномодовый флаттер, высокочастотный флаттер, аэроупругость, глобальная неустойчивость.

В плоской постановке исследуется устойчивость упругой пластины, обтекаемой с одной стороны плоскопараллельным потоком идеального совершенного газа (рис. 1). Уравнение движения пластины имеет вид

$$D \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - M_w^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + p(x, t) = 0, \quad (1)$$

где w – безразмерный прогиб пластины (отнесенный к толщине), D – безразмерная жесткость, M_w – параметр, характеризующий натяжение пластины.

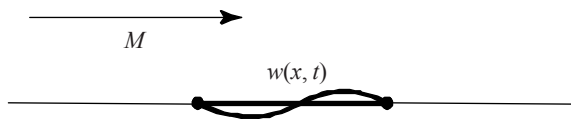


Рис. 1

Пусть пластина совершает гармонические колебания, $w(x, t) = W(x)e^{-i\omega t}$, тогда давление $p(x, t)$, полученное из теории потенциального потока (решение волнового уравнения с граничным условием непротекания на поверхности пластины), имеет вид [1]:

$$p(x, t) = P(x)e^{-i\omega t},$$

$$P(x) = \frac{\mu M}{\sqrt{M^2 - 1}} \left(i\omega W(x) + M \frac{\partial W(x)}{\partial x} \right) +$$

$$+ \frac{\mu\omega}{(M^2 - 1)^{2/3}} \int_{-L/2}^x \left(i\omega W(\xi) + M \frac{\partial W(\xi)}{\partial \xi} \right) \times \\ \times \exp\left(\frac{iM\omega(x - \xi)}{M^2 - 1} \right) \left(iJ_0\left(\frac{-\omega(x - \xi)}{M^2 - 1} \right) + \right. \\ \left. + MJ_1\left(\frac{-\omega(x - \xi)}{M^2 - 1} \right) \right) d\xi. \quad (2)$$

Здесь M – число Маха, μ – отношение плотности потока к плотности материала пластины. После подстановки (2) в (1) получается интегро-дифференциальное уравнение, которое с граничными условиями шарнирного опирания пластины ($w = \partial^2 w / \partial x^2 = 0$, $x = 0, L$) определяет задачу на собственные частоты ω . Если хотя бы для одной собственной частоты $\text{Im} \omega_n > 0$, то положение пластины неустойчиво.

Задача решается методом Бубнова – Галеркина. В качестве базисных функций выбираются формы собственных колебаний пластины в вакууме. Стандартная процедура приводит к частотному уравнению

$$\det \left(\mathbf{K} + \mathbf{P}(\omega) - \frac{L\omega^2}{2} \mathbf{I} \right) = 0,$$

где \mathbf{K} – матрица жесткости, $\mathbf{P}(\omega)$ – матрица аэродинамических сил, \mathbf{I} – единичная матрица.

Для численного решения этого уравнения используется итерационный метод [7].

Рассчитанные границы устойчивости показаны на рис. 2 для стальной пластины, обтекаемой потоком воздуха ($D = 23.9$, $M_w = 0$, $\mu = 0.00012$). Тонкими линиями показаны границы одномодового флаттера по первым шести модам (при этом типе флаттера разные собственные частоты ω_n переходят в верхнюю полуплоскость комплексной плоскости ω независимо), жирными линиями – границы флаттера связанного типа (при этом типе флаттера сначала происходит сближение и слияние двух низших частот, а затем одна из них переходит в верхнюю полуплоскость ω).

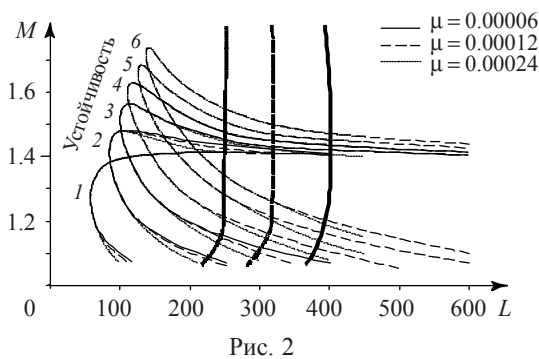


Рис. 2

Рассмотрим сначала границы одномодового флаттера. При увеличении ширины пластины вплоть до $L = 600$ границы неустойчивости n -й собственной моды, $M_n^* < M < M_n^{**}$, стремятся к значениям, полученным ранее аналитически при $L \rightarrow \infty$ [5]:

$$M_n^* = 1 + \sqrt{\lambda_n}, \quad M_n^{**} = \sqrt{1 + \lambda_n + \sqrt{4\lambda_n + 1}},$$

где

$$\lambda_n = \frac{\sqrt{4D\omega_{0n}^2 + M_w^4 + M_w^2}}{2},$$

$$\omega_{0n} = \sqrt{D \left(\frac{\pi n}{L} \right)^4 + M_w^2 \left(\frac{\pi n}{L} \right)^2}.$$

Как показывают расчеты, аналитические выражения дают хорошее приближение и для меньших L , вплоть до $L \rightarrow \infty$. Важная особенность аналитических выражений – их независимость от параметра μ . При малых L это свойство сохраняется: показанные на рис. 2 границы для трех значений μ практически совпадают, за исключением небольшого различия при $M < 1.25$.

Границы флаттера связанного типа, наоборот, существенно зависят от μ . Это объясняется механизмом перехода к неустойчивости при этом типе флаттера: он связан со сближением и слиянием собственных частот на комплексной плоскости; такое слияние происходит под действием аэродинамического давления и требует достаточно большой плотности потока газа.

Интересно отметить, что границы флаттера связанного типа, рассчитанные на рис. 2 с помощью теории потенциального потока, практически совпадают с рассчитанными с помощью поршневой теории (она получается отбрасыванием интегральных членов в (2)) при всех $M > 1$, хотя формально поршневая теория при $1 < M < 1.7$ неверна.

В то же время одномодовая неустойчивость при расчетах с помощью поршневой теории не существует, хотя при расчетах по теории потенциального потока она, как видно из рис. 2, существенно увеличивает область неустойчивости. В результате, с точки зрения приложений, аэроупругий расчет летательных аппаратов только по поршневой теории и неучет области одномодового флаттера может привести к накоплению усталости и разрушению панелей обшивки в полете.

Работа поддержана грантами РФФИ 10-01-00256 и НШ-4810.2010.1.

Список литературы

1. Болотин В.В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. М.: Физматгиз, 1961. 339 с.
2. Dowell, E.H. Aeroelasticity of plates and shells. Leyden: Noordhoff, 1974. 139 p.
3. Алгазин С.Д., Кийко И.А. Флаттер пластин и оболочек. М.: Наука, 2006. 247 с.
4. Куликовский А. Г. Об устойчивости однородных состояний // ПММ. 1966. Т. 30. Вып. 1. С. 148–153.
5. Веденеев В.В. Флаттер пластины, имеющей форму широкой полосы, в сверхзвуковом потоке газа // Изв. РАН. МЖГ. 2005. № 5. С. 155–169.
6. Vedeneev V.V. et al. Experimental observation of single mode panel flutter in supersonic gas flow // Journal of Fluids and Structures. 2010. V. 26. P. 764–779.
7. Веденеев В.В. Численное исследование сверхзвукового флаттера пластины с использованием точной аэродинамической теории // Изв. РАН. МЖГ. 2009. № 2. С. 169–178.

FLUTTER OF A PLATE IN A GAS FLOW AT LOW SUPERSONIC SPEEDS*V.V. Vedeneev*

The plate flutter problem is studied in detail in the assumption that Mach number is large, and for calculation of pressure acting on the plate piston theory can be used. This theory gives a simple expression for the pressure as a function of the plate deflection for $M \gg 1$ [1–3]. For low Mach numbers, $1 < M < 1.7$, piston theory is not valid, while exact potential flow theory gives a complex integral-differential expression for the pressure. Due to this, plate flutter problem at low supersonic speeds is studied insufficiently. Recently, with use of asymptotic method [4], another region of instability for plates of large lengths has been discovered. This region cannot be detected through piston theory [5], at that physical nature of instability differs from the known before. Later, existence of this instability, named 'single mode flutter', was confirmed experimentally [6]. In this paper, plate stability is studied numerically for arbitrary plate sizes. Stability boundaries of the first six modes are obtained. The effect of the problem parameters is studied.

Keywords: panel flutter, plate flutter, single mode flutter, high-frequency flutter, aeroelasticity, global instability.