

УДК 532.135

## О РАСПАДЕ КВАЗИТВЕРДОГО ЯДРА ПРИ ТЕЧЕНИИ НЕЛИНЕЙНО-ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

© 2011 г.

К.А. Чехонин, О.В. Рыбкина

Дальневосточный госуниверситет путей сообщения, Хабаровск

director@festu.khv.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Рассматривается течение нелинейно-вязкопластической жидкости Балкли–Гершеля со свободной поверхностью, реализуемое в каналах различной геометрии. Численное моделирование проводится многосеточным методом конечных элементов. Предложен устойчивый алгоритм решения задачи, базирующийся на использовании множителей Лагранжа с последующим расщеплением для решения на вычислительном кластере. Показано влияние реологических свойств жидкости, геометрии области течения и режимов деформирования на распад «квазитвердого» ядра.

*Ключевые слова:* вязкопластическая жидкость, свободная поверхность, метод конечных элементов, процесс заполнения.

Одной из проблем, с которой приходится сталкиваться на практике при исследовании процессов заполнения различных объемов нелинейно-вязкопластической жидкостью, является вопрос о влиянии реологических параметров жидкости на эволюцию фронта свободной поверхности и «квазитвердых» ядер в области течения. Эволюция свободной поверхности и «квазитвердых» зон в области течения является функцией геометрии заполняемой емкости, реологических параметров жидкости, режимов заполнения и полностью определяет характер рассматриваемого гидродинамического процесса. Большой интерес представляет также кинематика движения «элементов» жидкости при заполнении области, а также распределение порций жидкости (порционное заполнение) с различными реологическими свойствами.

Рассмотрим процесс ползущего заполнения осесимметричной области нелинейно-вязкопластической жидкостью [1]. Гидродинамический процесс реализуется в области между двумя вертикально расположенными коаксиальными цилиндрами. Заполнение производится в изотермических условиях в поле силы тяжести. Математическое описание течения производится с использованием уравнений Стокса, уравнения неразрывности с реологической моделью Балкли–Гершеля. Для выделения «квазитвердых» ядер течения используется условие Мизеса. Приведенная дифференциальная постановка эквивалентна задаче о поиске седловой точки

функционала, полученного на идее использования множителей Лагранжа, расслабляющих условие непрерывности скоростей деформаций на неизвестной границе жидкость–квазитвердое ядро и включающих условие трение–скольжение на твердых границах заполняемой области [2]. Численное моделирование задачи, сведенной к обобщенной вариационной формулировке, производится многосеточным методом конечных элементов с использованием  $V$ -циклов. Аппроксимация искомых функций, удовлетворяющая условию Ладыженской – Бреци – Бабушки, производится на четырехугольном изопараметрическом элементе второго порядка. Решение нелинейных алгебраических уравнений производится методом Удзавы. Путем математического моделирования исследовано влияние предела текучести и геометрии канала заполнения на эволюцию свободной поверхности и особенности распада «квазитвердого» ядра в области течения. При анализе плоской задачи интересным оказался результат о распаде «квазитвердого» ядра на две подобласти. Одна зона «квазитвердого» течения располагалась в области основного потока, а вторая – на свободной поверхности. Отметим, что распад ядра наблюдается уже при росте числа Бингама более 3. Показано влияние распада «квазитвердого» ядра на кинематику деформирования выделенных элементов заполняемой среды, размеры области фонтанного потока и взаимное расположение отдельных порций.

*Список литературы*

1. Чехонин К.А., Сухинин П.А. Численное моделирование заполнения осесимметричного канала вязкопластичной жидкостью с учетом П-эффекта // Инже-

нерно-физический журнал. 1999. Т. 72, №5. С. 879–883.

2. Чехонин К.А. Движение нелинейно-вязкопластичной жидкости со свободной поверхностью при заполнении осесимметричного объема // Математическое моделирование. 2001. Т. 13, №1. С. 89–102.

**COLLAPSE OF A GUASI-SOLID CORE BY FLOW NONLINEAR VISCOPLASTIC FLUID WITH THE FREE SURFACE**

*K.A. Chekhonin, O.V. Rybkina*

Numerical simulations have been undertaken for the benchmark problem of fountain flow present in injection-mold filling and collapse of a quasi-solid core by flow nonlinear viscoplastic fluid with the free surface. The finite element method is used to provide numerical results for both cases of planar and axisymmetric domains under steady-state conditions. The Herschel–Bulkley model of viscoplasticity is used, which reduces with appropriate modifications to the Bingham, power-law and Newtonian models. The present results extend previous ones regarding the shape of the front, which is essential in correctly capturing the flow field.

*Keywords:* viscoplastic fluid, the free surface, finite element method, injection-mold filling.