

УДК 536.24

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ СОПРЯЖЕННОЙ ТЕРМОГРАВИТАЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ В ЗАМКНУТОМ НАКЛОННОМ ЦИЛИНДРЕ

© 2011 г.

М.А. Шеремет

Томский госуниверситет

Michael-sher@yandex.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Проведен численный анализ нестационарных режимов естественной конвекции в наклонной цилиндрической области с теплопроводными стенками конечной толщины и источником тепла в условиях конвективного теплообмена с окружающей средой. Математическое моделирование основано на решении пространственных уравнений конвекции в приближении Буссинеска в безразмерных переменных «векторный потенциал–вектор завихренности скорости – температура». Особое внимание уделено исследованию воздействия чисел Рэлея и Прандтля, фактора нестационарности, относительного коэффициента теплопроводности и угла наклона вектора силы тяжести к вертикали на поля скорости и температуры.

Ключевые слова: сопряженная естественная конвекция, пространственные режимы, векторный потенциал, вектор завихренности скорости, приближение Буссинеска, наклонный цилиндр.

Введение

К настоящему времени проведено большое количество экспериментальных и теоретических исследований свободноконвективных течений в областях различной геометрии, что связано с возможностью определения оптимальных режимов переноса энергии в технологических системах (тепловые трубы, термосифоны, системы охлаждения электронной аппаратуры, химические реакторы) [1–3]. При рассмотрении пространственных режимов конвективного теплопереноса в цилиндрических областях неоправданно пренебрегается влиянием ограждающих теплопроводных стенок конечной толщины [4, 5]. При этом известно [6, 7], что учет теплопроводности твердой оболочки может приводить к существенным изменениям термогидродинамических параметров.

Целью настоящей работы является численный анализ нестационарной сопряженной задачи естественной конвекции в наклонном цилиндре с теплопроводными стенками конечной толщины при наличии локального источника тепловыделения в условиях конвективного теплообмена с окружающей средой.

Математическая модель

Рассматриваются нестационарные режимы конвективного теплопереноса в замкнутой цилиндрической области (рис. 1), содержащей как элементы твердого материала 1, так и газовую полость, занимающую внутренний объем 2. В основании анализируемого объекта находится источник тепловыделения постоянной температуры 3. На границах $r = L_r$ и $z = z_1$ моделируется конвективный теплообмен с окружающей средой, поверхность $z = 0$ считается теплоизолированной.

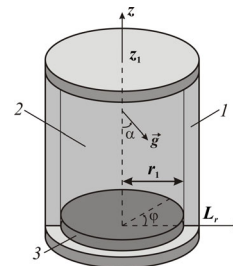


Рис. 1

Предполагается, что теплофизические характеристики ограждающей цилиндрической оболочки и газа не зависят от температуры, а режим течения является ламинарным. Газ, занимающий внутреннюю полость, считается теплопроводной ньютоновской жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска. Движение газа и теплоотдача во внутреннем объеме принимаются пространственными, теплооб-

мен излучением от источника тепловыделения и между стенками – пренебрежимо малым по сравнению с конвективным теплообменом, газ – абсолютно прозрачным для теплового излучения.

Процесс переноса тепла в рассматриваемой области описывается системой нестационарных пространственных уравнений конвекции в приближении Буссинеска [8] в газовой полости и нестационарным трехмерным уравнением теплопроводности [9] для элементов твердой стенки. Математическая модель сформулирована в безразмерных переменных «векторный потенциал–вектор завихренности скорости – температура» [10]. Сформулированная краевая задача решена методом конечных разностей. Разработанный численный алгоритм был протестирован на модельных задачах.

Результаты численного моделирования

При численном анализе основное внимание уделялось исследованию влияния чисел Рэлея ($Ra = 10^4 - 10^5$) и Прандтля ($Pr = 0.7$ и 7.0), угла наклона цилиндра к вертикальной оси



Рис. 2
 $\tau = 100$, $\alpha = \pi/3$, $Ra = 5 \cdot 10^4$.

безразмерного времени ($\tau = 0 - 100$), а также относительного коэффициента теплопроводности ($\lambda_{fs} = 5.7 \cdot 10^{-4}$, $4.3 \cdot 10^{-2}$) на режимы течения и теплопереноса в области решения. На рис. 2 представлено поле температуры при $\lambda_{fs} = 5.7 \cdot 10^{-4}$, $\tau = 100$, $\alpha = \pi/3$, $Ra = 5 \cdot 10^4$.
Установлено, что в анализируемом диапазоне изменения числа Рэлея можно выделить два промежутка с максимальным значением обобщенного коэффициента теплообмена при различных значениях угла наклона цилиндра: при $10^4 \leq Ra \leq 3 \cdot 10^4$ – $\alpha = \pi/3$ и при $3 \cdot 10^4 < Ra \leq 10^5$ – $\alpha = \pi/6$. Показано, что изменение среднего числа Нуссельта можно разбить на два этапа: $0 < \tau < 20$ – начальный этап, отражающий наличие осцилляций в зависимости $Nu_{avg}(\tau)$, и $20 < \tau < 100$ – этап термического установления, характеризующий достижение термически-стабилизированного режима естественной конвекции. Увеличение числа Прандтля отражается на затягивании зоны установления термодинамической составляющей процесса. На начальном временном промежутке $\tau < 47$ максимальная интенсивность конвективного теплопереноса

наблюдается при $Pr = 7.0$, а при $\tau > 47$ – обратный эффект. Установлены различные механизмы, определяющие изменение среднего числа Нуссельта с ростом относительного коэффициента теплопроводности. Так, при $10^4 \leq Ra < 5.6 \cdot 10^4$ с ростом λ_{fs} происходит увеличение Nu_{avg} вследствие преобладающего воздействия термической составляющей процесса. В случае же $5.6 \cdot 10^4 < Ra \leq 10^5$ наблюдается противоположная ситуация, обусловленная увеличением роли гидродинамической компоненты естественной конвекции.

Установлен существенный рост Nu_{avg} и более плавное установление процесса при наличии угла наклона цилиндра.

Работа выполнена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы (ГК № П2225), а также при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для молодых российских ученых (грант МК-396.2010.8).

Список литературы

- Jaluria Y. Design and optimization of thermal systems. New York: McGraw-Hill, 1998. 626 p.
- Полежаев В.И. Свободная конвекция в условиях внутренних задач: Итоги и перспективы // Инженерно-физический журнал. 1996. Т. 69, №6. С. 909–920.
- Florio L.A., Harnoy A. Combination technique for improving natural convection cooling in electronics // Int. J. Thermal Sciences. 2007. V. 46. P. 76–92.
- Cheng T.C., Li Y.H., Lin T.F. Effects of thermal boundary condition on buoyancy driven transitional air flow in a vertical cylinder heated from below // Numerical Heat Transfer. Part A: Applications. 2000. V. 37. P. 917–936.
- Leong S.S. Numerical study of Rayleigh–Benard convection in a cylinder // Numerical Heat Transfer. Part A: Applications. 2002. V. 41. P. 673–683.
- Liaqat A., Baytas A.C. Numerical comparison of conjugate and non-conjugate natural convection for internally heated semi-circular pools // Int. J. Heat Fluid Flow. 2001. V. 22. P. 650–656.
- Sheremet M.A. The influence of cross effects on the characteristics of heat and mass transfer in the conditions of conjugate natural convection // Journal of Engineering Thermophysics. 2010. V. 19. P. 119–127.
- Полежаев В.И. и др. Математическое моделирование конвективного теплообмена на основе уравнений Навье–Стокса. М.: Наука, 1987. 271 с.
- Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1967. 600 с.
- Шеремет М.А. Пространственные режимы сопряженной естественной конвекции в вертикальном цилиндре в условиях теплообмена с внешней средой // Вычислительная механика сплошных сред. 2010. Т. 3, №4. С. 112–123.

**MATHEMATICAL SIMULATION OF UNSTEADY NATURAL CONVECTION
IN AN INCLINED CYLINDER**

M.A. Sheremet

Unsteady natural convection regimes in tilted cylindrical enclosure with heat-conducting walls of finite thickness and heat source in the conditions of convective heat exchange with an environment are numerically analyzed. The mathematical simulation is based on solving three-dimensional convection equations under Boussinesq approximation in terms of dimensionless variables such as «vector potential–vorticity vector–temperature». The main attention is given to the analysis of the effects of the Prandtl and Rayleigh numbers, unsteady regimes, the thermal conductivity ratio and the inclination angle on the velocity and temperature fields.

Keywords: 3D conjugate natural convection, vector potential, vorticity vector, Boussinesq approximation, inclined cylinder.