УДК 532.529

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ФАЗ И ПРИСОЕДИНЕННАЯ МАССА ДИСПЕРСНЫХ ЧАСТИЦ В ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОТОКАХ ЖИДКОСТИ

О.Б. Гуськов, Б.В. Бошенятов

Институт прикладной механики РАН, Москва

ogskv@mail.ru

Поступила в редакцию 16.06.2011

С использованием метода самосогласованных полей для потенциальных течений несжимаемой жидкости рассмотрено движение монодисперсной двухфазной среды с учетом гидродинамического взаимодействия сферических дисперсных частиц. Для произвольного соотношения плотностей частиц и жидкости получены усредненные аналитические зависимости для относительной скорости и присоединенной массы частиц от их объемной концентрации.

Ключевые слова: гидродинамическое взаимодействие, дисперсная частица, присоединенная масса, самосогласованное поле, потенциальное течение.

При изучении движения гетерогенных сред возникает проблема описания внутрифазных и межфазных взаимодействий, вследствие чего для получения решаемых уравнений приходится использовать рациональные схематизации, упрощения и эмпирические зависимости. Так, например, инерциальные силы присоединенных масс часто определяют из потенциального обтекания одиночной сферы несущей (гомогенной) жидкостью. Ясно, что такое приближение справедливо лишь для достаточно малых концентраций дисперсных частиц. При более высоких концентрациях необходимо учитывать влияние дисперсных частиц друг на друга и их гидродинамическое взаимодействие.

В настоящем исследовании в рамках классических уравнений гидродинамики для потенциальных течений несжимаемой жидкости дано детальное описание мелкомасштабного движения двухфазной монодисперсной среды с учетом гидродинамического взаимодействия сферических дисперсных частиц. Затем путем усреднения по ансамблю находятся усредненные зависимости скорости и присоединенной массы частиц в макроскопическом масштабе. Задача решена при следующих упрощающих предположениях: внутренние движения частиц (деформация, вращение) отсутствуют; частицы распределены в пространстве статистически равномерно, кроме того, отсутствуют процессы дробления или слияния частиц, т.е. количество частиц неизменно. Поскольку действие тяготения (g) состоит просто в том, что к инерциальным силам добавляется постоянная гидростатическая сила выталкивания, достаточно рассматривать движение с нулевой потенциальной энергией, т.е. при $g = 0$.

Пусть в начальный момент времени суспензия, включающая произвольное число N сферических частиц, имеющих радиус a, неподвижна и занимает полубесконечное пространство, ограниченное плоской бесконечной стенкой W; центры частиц расположены в точках $x_\gamma^{(i)}$ ($i = 1, 2, \ldots, N$; $\gamma = 1, 2, 3$), а их скорости $U_\gamma^{(i)}$. Определим среднюю скорость частиц вдали от поршня при его импульсном ускорении от нуля до скорости $U_\gamma^{(0)}$. Задача решается в системе координат, связанной с подвижной стенкой W, ось Ox_3 направлена перпендикулярно плоскости стенки. Безразмерный потенциал скоростей, удовлетворяющий граничным условиям на поверхностях частиц и стенки, $\varphi = \varphi^*/LU^{(0)}$, где L – расстояние между центрами частиц; $U^{(0)}$ – скорость движения стенки в направлении Ox_3 ищется в виде суммы возмущений $\varphi^{(i)}$, вносимых в заданный поток $\varphi^{(0)}$ всеми частицами, а также соответствующих им отражений от стенки $\varphi_w^{(i)}$ [1]:

$$\varphi = \varphi^{(0)} + \sum_{i=1}^{N} (\varphi^{(i)} + \varphi_w^{(i)}).$$

Потенциалы возмущений от частиц ищутся во взаимосогласованном виде, что в результате приводит к определенному виду общего решения, а также к системе уравнений, связывающей заранее неизвестные тензорные коэффициенты в полученном представлении решения для потенциала φ. Предположение о малости параметра $\alpha = a/L$ позволяет упростить систему для тензорных коэффициентов и свести ее к рекуррентной системе алгебраических уравнений, где каждое последующее приближение по малому параметру α для искомых функций определяется через предыдущие. Таким образом, зная нулевое приближение, можно определить все функции в любом приближении по α. Приведенные ниже аналитические уравнения получены с учетом членов разложения до степени α^{14} включительно.

При решении задач, имеющих большое количество частиц, целесообразно от дискретного (детального) описания движения перейти к осредненному (макроскопическому) описанию дисперсных систем, используя процедуру усреднения по ансамблю [2]. Применение данной процедуры для скорости частиц u вдали от стенки W с точностью до первой степени по объемной концентрации c дисперсной фазы приводит к следующему результату:

$$u = \frac{3U^{(0)}}{(1+2\lambda)}[1 + k(\lambda)c],$$

где

$$k(\lambda) = -\frac{151}{72}\frac{(1-\lambda)}{(1+2\lambda)} + \frac{1415}{5632}\frac{(1-\lambda)^2}{(1+2\lambda)^2} - \frac{5}{2112}\frac{(1-\lambda)^3}{(1+2\lambda)^3}. \qquad (1)$$

При $\lambda = \rho_0/\rho = 1$ плотность частиц ρ_0 равна плотности несущей жидкости. В этом случае, как и следовало ожидать, $u = U^{(0)}$. При $\lambda \to \infty$ скорость частиц $u \to 0$. Предел $\lambda \to 0$ соответствует случаю газовых пузырьков. В этом случае $u = 3U^{(0)}(1 - 1.848c)$, что совпадает с [1] и отличается лишь на 0.2% от соответствующего результата, полученного в работе [3].

Зная (1) и уравнение движения для частицы [3], находим коэффициент присоединенной массы дисперсной частицы:

$$\mu(\lambda) = \frac{m^*}{\rho\tau} = \frac{1}{2}[1 + k_m(\lambda)c], \qquad (2)$$

где

$$k_m(\lambda) = \frac{151}{48} - \frac{4245}{11264}\frac{(1-\lambda)}{(1+2\lambda)} + \frac{40}{11264}\frac{(1-\lambda)^2}{(1+2\lambda)^2},$$

m^* – присоединенная масса частицы, τ – объем частицы.

Аналитическая зависимость $k_m(\lambda)$ в формуле (2) практически совпадает с данными численных расчетов [4], а при $\lambda = 0$ – с результатом [3] для пузырьков газа.

Чтобы получить формулы, аналогичные (1) и (2) для более концентрированных суспензий, необходимо учесть следующие члены по степеням концентрации. Предварительный анализ показывает, что при определении коэффициента перед c^2 принципиальных трудностей не возникает.

Список литературы

1. Струминский В.В, Гуськов О.Б., Корольков Г.А. // ДАН СССР. 1986. Т. 290, №4. С. 820–824.
2. Beenakker C.W.J., Mazur P. // Phys. Fluids. 1985. Vol. 28. P. 767–769.
3. Wijngaarden L.V. // J. Fluid Mech. 1976. Vol. 77. Part 1. P. 27–44.
4. Felderhof B.U. // J. Fluid Mech. 1991. Vol. 225. P. 177–196.

INTERACTION OF PHASES AND VIRTUAL MASS OF DISPERSED PARTICLES IN POTENTIAL FLOWS OF FLUID

O.B. Guskov, B.V. Boshenyatov

The motion of a monodisperse medium is considered on the bases of self-consistent field method, taking into account the hydrodynamic interaction of spherical dispersed particles. The averaged analytical expressions for the relative velocity and virtual mass of particles are derived as a function of volume concentration and density ratio of the particles and the fluid.

Keywords: hydrodynamic interaction, dispersed particle, virtual mass, self-consistent field, potential flow.