УДК 532.5

ДЕФОРМАЦИЯ КАВИТАЦИОННЫХ ПУЗЫРЬКОВ В КОМЕТООБРАЗНЫХ СТРИМЕРАХ

А.И. Давлетшин

Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН

davanas@mail.ru

Поступила в редакцию 16.06.2011

Теоретически исследована эволюция малых деформаций, расположенных в линию, изначально сферических пузырьков при их совместном однократном расширении–сжатии в условиях экспериментов по акустическому сверхсжатию кавитационных пузырьков в дейтерированном ацетоне.

Ключевые слова: кавитационные пузырьки, акустическое сверхсжатие, деформация пузырьков.

Введение

Рассматривается эволюция малых искажений сферической формы кавитационных пузырьков в стримере (т.е. пузырьков, расположенных на одной прямой) при их однократном сверхсильном расширении-сжатии в условиях экспериментов [1]. Давление жидкости (дейтерированного ацетона при температуре 0 °C) изменяется по гармоническому закону с частотой 19.3 кГц и амплитудой 15 бар. Статическое давление жидкости p_0 равно 1 бар. Считается, что, как и в экспериментах [1], пузырьки возникают в жидкости в тот момент, когда давление жидкости минимально (−14 бар). Предполагается, что все пузырьки стримера возникают одновременно. При отрицательном давлении жидкости пузырьки сильно расширяются (до радиуса порядка 500 мкм), а при положительном сильно сжимаются (до радиуса порядка 20 мкм). Пузырьки в экспериментах зарождаются с радиусом порядка десятка нанометров и самой разнообразной формы. Однако величина и форма зарождающихся пузырьков на их динамику при радиусах больше 10–20 мкм существенного влиянии не оказывают, поскольку радиус пузырьков фактически изменяется под действием давления жидкости, а форма пузырьков определяется их взаимодействием. Поэтому пузырьки в начале расширения принимаются сферическими, а их радиус порядка 1 мкм.

Математическая модель

Для изучения взаимодействия кавитационных пузырьков в рассматриваемых условиях можно было бы воспользоваться математической моделью [2] динамики отдельного кавитационного пузырька с малой несферичностью, обобщив ее на случай взаимодействия пузырьков. В модели [2] учитывается испарение-конденсация на поверхности пузырька, теплопроводность жидкости и пара, несовершенство пара, ударные волны в полости пузырька и т.д. Однако такое обобщение весьма трудоемко. Кроме того, в результате обобщения получится такая система уравнений, решение которой для взаимодействия более двух пузырьков получить вряд ли удастся из-за больших потребностей компьютерного времени.

В настоящем исследовании показано, что решение рассматриваемой задачи можно с удовлетворительной точностью получить и при использовании значительно более простой модели, согласно которой испарение и конденсация на поверхности пузырьков не учитываются, эффекты вязкости и сжимаемости жидкости считаются малыми, поведение пузырьков – близким к изотермическому, газ в пузырьках – идеальным гомобарическим. С учетом этого уравнения взаимодействия пузырьков настоящей работы сначала выводятся в рамках модели идеальной, несжимаемой жидкости для изотермических пузырьков, а потом в качестве поправок учитываются эффекты вязкости, сжимаемости жидкости и теплообмена между пузырьками и жидкостью. При этом полагается, что пузырьки находятся не очень близко друг к другу, так, что величиной δ^5 по сравнению с 1 можно пренебречь. Здесь $\delta = \max\limits_{i,j}[(R_i + R_j)/d_{ij}]$, где $i, j = 1, 2, \ldots, K$ (K – количество взаимодействующих пузырьков); R_i, R_j – радиусы пузырьков; $d_{ij} = |z_i - z_j|$ – расстояние между центрами i-го и j-го пузырьков, z_i, z_j – координаты центров пузырьков.

Поверхность i-го пузырька представляется в виде суммы поверхностных сферических гармоник:

$$F_i(r_i, \theta_i, t) =$$
$$= r_i - R_i(t)\left[1 + \sum_{n=2}^{N} \varepsilon_{ni}(t) P_n(\cos\theta_i)\right] = 0,$$

где t – время; r_i, θ_i – компоненты сферической системы координат с началом отчета в центре i-го пузырька; N – число гармоник, используемых в представлении поверхности пузырьков; ε_{ni} – амплитуда искажения поверхности i-го пузырька от сферической формы $r_i = R_i$ в виде поверхностной гармоники $P_n(\cos\theta_i)$ с номером n. Величины ε_{ni} предполагаются малыми, так что степенями ε^2 и выше по сравнению с 1 можно пренебречь. Здесь $\varepsilon = \max\limits_{n,i}(\varepsilon_{ni})$.

Разрешающие соотношения математической модели представляют собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка относительно радиусов пузырьков, координаты их центров и амплитуд искажений их формы от сферической и первого порядка относительно температур газа в пузырьках, которая при заданных начальных условиях решается численно высокоточным методом Рунге–Кутта с переменным шагом интегрирования по времени.

Результаты расчетов

На рис. 1 даны зависимости максимальных значений амплитуды эллипсоидальных искажений (сферичность пузырьков в стримере оказывается наименее устойчивой к эллипсоидальным искажениям) в процессе сжатия $|\varepsilon_{2,i}^c|$ от безразмерного расстояния K_d между соседними пузырьками при числе пузырьков в стримере $K = 2, 3, 5, 6$. Здесь $K_d = d/D$, d – размерное расстояние между центрами пузырьков (предполагается, что пузырьки расположены на одинаковом удалении друг от друга), D – средний диаметр пузырьков в момент их максимального расширения (радиусы пузырьков в момент максимального расширения различаются незначительно).

Из рис. 1 следует, что при однократном совместном расширении–сжатии пузырьков в стримере в условиях экспериментов [1] с увеличением расстояния между пузырьками устойчивость их сферической формы повышается. Это объясняется ослаблением взаимодействия пузырьков и уменьшением скоростей их пространственного смещения. Устойчивость боковых пузырьков при любом числе пузырьков в стримере значительно ниже, чем устойчивость центрального пузырька стримера при любом расстоянии между соседними пузырьками. При этом величина максимального значения амплитуды эллипсоидальных искажений сферичности центрального пузырька стримера в процессе сжатия слабо отличается от значений амплитуды искажений для стримеров, состоящих из 3, 5, 6 и более пузырьков. Это означает, что удовлетворительные оценки искажения сферичности центральных пузырьков стримера практически при любом числе пузырьков в нем (кроме двух и четырех) можно получить, ограничившись рассмотрением стримера, состоящего лишь из трех пузырьков.

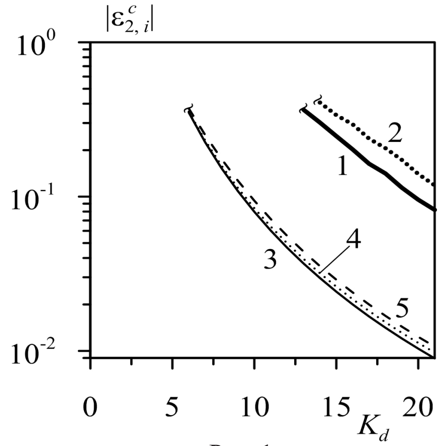

Рис. 1

Воспользовавшись экстраполяцией представленных на рис. 1 результатов на стримеры с малыми расстояниями между пузырьками, можно заключить, что при расстояниях, меньших трех-четырех диаметров пузырьков в момент их максимального расширения, амплитуда искажения от сферической формы у всех пузырьков стримера будет становиться к моменту коллапса равной или больше 1, что физически означает их разрушение. Следует отметить, что подобная экстраполяция не является безосновательной, поскольку при однократном расширении–сжатии влияние нелинейных эффектов, обусловленных деформацией пузырьков, невелико.

Работа выполнена в рамках программы РАН и при поддержке РФФИ.

Список литературы

1. Taleyarkhan R.P. et al. // Science. 2002. V. 295. P. 1868–1873.

2. Аганин А.А., Ильгамов М.А., Нигматулин Р.И., Топорков Д.Ю. // Изв. РАН. МЖГ. 2010. №1. С. 57–69.

DEFORMATION OF CAVITATION BUBBLES IN COMET-LIKE STREAMERS

A.I. Davletshin

Evolution of small deformations of initially spherical bubbles, which are distributed in liquid along a straight line, is theoretically studied in the course of their enlargement – compression under experimental conditions on the acoustic supercompression of cavitation bubbles in deuterated acetone.

Keywords: cavitation bubbles, acoustic supercompression, deformation of bubbles.