УДК 532.546

МОДЕЛЬ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ РАПОПОРТА–ЛИСА В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

М.Н. Дмитриев

Российский госуниверситет нефти и газа им. И.М. Губкина, Москва

dmnrgu@gmail.com

Поступила в редакцию 16.06.2011

Дано обобщение на случай анизотропных пористых сред модели двухфазной фильтрации Рапопорта –Лиса. Формула для определения капиллярного давления представляется скалярной функцией от векторного аргумента. Для задания скалярной функции вводятся тензор капиллярных давлений и тензор, обратный к тензору характерных линейных размеров. Показано, что введенная для изотропных пористых сред функция Леверетта, для анизотропных сред может быть обобщена и задаваться тензором четвертого ранга. Дано обобщенное представление функции Леверетта и функций относительных фазовых проницаемостей, учитывающее гистерезис фазовых проницаемостей и капиллярного давления.

Ключевые слова: двухфазная фильтрация, анизотропные среды, относительные фазовые проницаемости.

1. Модель двухфазной фильтрации Рапопорта – Лиса

Математическая модель двухфазной фильтрации Рапопорта – Лиса в изотропной пористой среде задается системой уравнений [1]

$$w_i^\alpha = -\frac{k^\alpha}{\mu^\alpha}\nabla_j p_\alpha, \qquad (1.1)$$

$$\frac{\partial m\rho^\alpha s^\alpha}{\partial t} + \nabla_j \rho^\alpha w_j^\alpha = 0, \quad \alpha = 1, 2.$$

В формулах (1.1) приняты стандартные обозначения [1–3]. Система уравнений (1.1) не замкнута. Для ее замыкания задается связь между давлениями в фазах в виде разности давлений $p_2 - p_1$, которая равна капиллярному давлению $p_к$, определяемому равенством

$$p_2 - p_1 = p_к(s) = \alpha_n \cos\theta \sqrt{m/k}\, J(s), \qquad (1.2)$$

где S – насыщенность, α_n – коэффициент межфазного натяжения, θ – статический краевой угол смачивания между жидкостями и породой (интегральная характеристика смачиваемости в системе жидкость-пористая среда), k – коэффициент абсолютной проницаемости, $J(s)$ – безразмерная функция Леверетта.

2. Обобщение модели двухфазной фильтрации Рапопорта – Лиса на фильтрационные течения в анизотропных средах

При обобщении формулы (1.2) положим вначале, что проницаемость обладает ортотропной симметрией фильтрационных свойств ($k_1 \neq k_2 \neq \ \neq k_3$). Тогда вдоль главных осей тензора коэффициентов абсолютной проницаемости k_{ij} формула (1.2) примет вид

$$p_2 - p_1 = p_к(s) = \alpha_n \cos\theta \sqrt{m/k_i}\, J(s). \qquad (2.1)$$

Следовательно, капиллярное давление изменяется в зависимости от направления и скалярная функция $p_к(s)$ в анизотропных средах должна быть функцией не только насыщенности, но и векторного аргумента $p_к(s, n_i)$, где n_i – компоненты орта, задающего направление, вдоль которого определяется капиллярное давление. Для получения соотношений (2.1) в анизотропных средах необходимо, чтобы $p_к(s, n_i)$ представлял собой тензор капиллярных давлений

$$p_{ij}^к = p_1^к e_i^1 e_j^1 + p_2^к e_i^2 e_j^2 + p_3^к e_i^3 e_j^3, \qquad (2.2)$$

который линейно зависит от тензора, обратного к тензору характерных линейных размеров вдоль соответствующих координатных осей

$$R_{ij} = \sqrt{m/k_1}\, e_i^1 e_j^1 + \sqrt{m/k_2}\, e_i^2 e_j^2 + \sqrt{m/k_3}\, e_i^3 e_j^3, \qquad (2.3)$$

где $p_i^к$ и $\sqrt{m/k_i}$ – главные значения тензоров, e_i^α – компоненты ортов, направленных вдоль главных направлений, $e_i^\alpha e_j^\alpha$ – диады, α = 1, 2, 3.

После введения тензоров (2.2) и (2.3) обобщение равенства (2.1) принимает вид

$$p_{ij}^к(s) = \alpha_n \cos\theta\, J(s) R_{ij}, \qquad (2.4)$$

и капиллярное давление вдоль произвольного направления, задаваемого ортом n_i, определится по формуле

$$p^{\text{к}} = n_i n_j p_{ij}^{\text{к}}(s) = \alpha_n \cos\theta\, J(s) n_i n_j R_{ij}. \quad (2.5)$$

3. Обобщение представления функции Леверетта

Представление капиллярного давления с помощью соотношения (2.5) подразумевает, что функция Леверетта является универсальной функцией насыщенности. Однако экспериментальными исследованиями было показано, что вид функции $J(s)$ зависит от типа пористой среды. Отказ от универсальности функции Леверетта приводит к замене «универсальной скалярной функции» на тензор четвертого ранга. Тогда соотношение (2.5) обобщается следующим образом

$$p_{ij}^{\kappa}(s) = \alpha_n \cos\theta\, J_{ijkl} R_{kl} = J_{ijkl}^{*} R_{kl},$$

$$J_{ijkl}^{*} = \alpha_n \cos\theta\, J_{ijkl} R_{kl}, \quad (3.1)$$

где J_{ijkl} – тензор четвертого ранга, симметричный по первой и второй паре индексов, а также их перестановке. Анализ связи (3.1) для всех типов анизотропных сред может быть выполнен с помощью аналогичных рассуждений, как и при построении функций относительных фазовых проницаемостей [4].

В подземной гидромеханике в зависимости от направления изменения насыщенности принято различать процесс пропитки и дренирования (вытеснения). При пропитке происходит постоянное увеличение насыщенности, а при дренировании - уменьшение. Экспериментальные исследования показали, что функции Леверетта для пропитки и дренирования не совпадают. Этот экспериментальный факт назвали капиллярным гистерезисом. Представление функции Леверетта при дренировании и пропитке вдоль главных направлений ортотропных сред может быть задано, соответственно, в виде:

$$J_i^{*} = \left[a_i + \left(\frac{I_1(R)}{3R_i} - 1 \right)\left(s - s_{(i)*} \right) \right] \left(\frac{1-s}{1-s_{(i)*}} \right)^{\varepsilon_i},$$

$$J_i^{*} = \left[b_i + \left(\frac{I_1(R)}{3R_i} - 1 \right) s \right] \left(\frac{s_{(i)}^{*} - s}{s_{(i)}^{*}} \right)^{\beta_i}, \quad (3.2)$$

где $I_1(R)$ – первый инвариант тензора, обратного к тензору характерных линейных размеров; a_i, b_i, ε_i, β_i –параметры, которые определяются экспериментально, при этом $a_i = J_i^{*}(s_{(i)}^{*})$, $b_i = J_i^{*}(s = 0)$.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №09-08-00631-а) и в рамках Программы №14 Президиума РАН (проект 2.3.1).

Список литературы

1. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1972. 288 с.

2. Дмитриев Н.М., Максимов В.М. О структуре тензоров коэффициентов фазовых и относительных проницаемостей для анизотропных пористых сред // Докл. РАН. 1998. Т. 358, №3. С. 337–339.

3. Дмитриев М.Н., Дмитриев Н.М., Кадет В.В. Обобщенный закон Дарси и структура фазовых и относительных фазовых проницаемостей для двухфазной фильтрации в анизотропных пористых средах // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 2. С. 136–145.

4. Дмитриев Н.М., Максимов В.М. Модели фильтрации в трещиновато-пористых анизотропных средах // Изв. РАН. МЖГ. 2007. № 6. С. 78–84.

A MODEL OF THE RAPOPORT–LIS DIPHASIC FILTRATION IN ANISOTROPIC POROUS MEDIA

M.N. Dmitriev

The generalization on a case of anisotropic porous media of Rapoport–Lis model of a diphasic filtration is given. The formula for determining the capillary pressure is represented by a scalar function of the vector argument. To assign the scalar function, the tensor of capillary pressure and a tensor inverse to the tensor of the characteristic linear sizes are introduced. It is shown that Leverett's function introduced for isotropic porous media can be generalized for anisotropic media and be assigned by a fourth-order tensor. A generalization of Leverett's function and the functions of relative phase permeabilities, accounting for the hysteresis of phase permeabilities and capillary pressure is given.

Keywords: diphasic filtration, anisotropic porous media, relative phase permeability.