УДК 532.546

ФИЛЬТРАЦИЯ С ПРЕДЕЛЬНЫМ ГРАДИЕНТОМ В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ. ТЕОРИЯ И ЭКСПЕРИМЕНТ

***Н.М. Дмитриев*[1]*, М.Т. Мамедов*[1]*, В.М. Максимов*[2]**

[1]Российский госуниверситет нефти и газа им. И.М. Губкина, Москва
[2]Институт проблем нефти и газа РАН, Москва

nmdrgu@gmail.com

Поступила в редакцию 16.06.2011

Выписаны уравнения фильтрационных течений вязкопластичных жидкостей для всех типов анизотропии. Показано, что эти течения с предельным градиентом в анизотропных средах характеризуются двумя материальными тензорами: коэффициентов проницаемости (фильтрационных сопротивлений) и предельных градиентов. Показано, что тензоры коэффициентов проницаемостей и предельных градиентов соосны. Выписаны условия начала течения и законы фильтрации для сред с симметрией фильтрационных свойств, описывающих все типы анизотропии.

Ключевые слова: фильтрация вязкопластичной жидкости, анизотропия, тензор предельных (начальных) градиентов, условие начала течения, поверхность предельных (начальных) градиентов.

1. Уравнения фильтрационных течений с предельным градиентом в анизотропных средах

Обычно уравнения фильтрационных течений с предельным градиентом записываются разрешенными относительно вектора скорости фильтрации и имеют вид [1]:

$$w_i = -\frac{k_{ij}}{\mu}\left(\delta_{jl} - \frac{\gamma_{jl}}{|\nabla p|}\right)\nabla_l p, \qquad (1.1)$$

где w_i – компоненты вектора скорости фильтрации, k_{ij} и γ_{jl} – компоненты тензоров коэффициентов проницаемости и предельных (начальных) градиентов соответственно, δ_{jl} – дельта Кронекера, $\nabla_l p$ – компоненты вектора градиента давления, $|\nabla p|$ – модуль вектора градиента давления, μ – вязкость. В уравнении (1.1) и далее по повторяющимся латинским индексам подразумевается суммирование, кроме случаев оговоренных специально.

Рассмотрим запись уравнения фильтрационного течения с предельным градиентом в виде, разрешенном относительно компонент вектора градиента давления. Для этого умножим равенство (1.1) на тензор r_{ni} – симметричный тензор второго ранга, являющийся обратным к тензору коэффициентов проницаемостей, который называется тензором коэффициентов фильтрационных сопротивлений. В результате получим:

$$\mu r_{ij} w_j = -\nabla_i p + \gamma_{ij} n_j, \quad \nabla_j p = |\nabla p|\, n_j, \qquad (1.2)$$

где n_j – компоненты единичного вектора, задающего направление вектора градиента давления.

Представление тензоров коэффициентов фильтрационных сопротивлений и предельных градиентов в уравнение (1.2) зависит от типа анизотропии и для всех групп симметрии в самом общем виде выписано в [2]. Заметим, что в общем случае симметрия тензоров k_{ij} и γ_{ij} может не совпадать. Например, тензор коэффициентов проницаемости может быть анизотропным, а тензор предельных градиентов – изотропным и наоборот, или оба тензора анизотропные, но имеют разный тип симметрии (анизотропии).

В дальнейших рассуждениях будем полагать, что оба тензора имеют одну и ту же симметрию (тип анизотропии). Рассмотрим теперь определение условия начала течения для предельных градиентов, которые задаются тензорами второго ранга и, очевидно, зависят от направления приложения градиента давления.

2. Определение поверхности предельных градиентов и условий начала течения

Уравнения фильтрационных течений (1.1) и (1.2) справедливы только при выполнении условия начала течения. Поэтому закон фильтрации для вязкопластичных жидкостей представляет собой систему, состоящую из уравнения течения и неравенств, задающих условия начала течения. Формально условие начала течения представляет собой неравенство, при выполнении которого левая и правая части уравнений (1.1) и (1.2) имеют одинаковый знак.

Для изотропных сред условие начала течения не зависит от направления, в котором приложен вектор градиента давления. Если же среда анизотропная, то условие начала течения, очевидно, может зависеть от направления приложения градиента давления. Данное обстоятельство обусловлено тем, что значение предельного градиента в анизотропных средах представляется тензорным свойством в заданном направлении, которое определяется по формуле $\gamma(n) = \gamma_{ij} n_i n_j$.

В силу (1.1) или (1.2), критическая поверхность, на которой модуль градиента давления равен предельному градиенту, $|\nabla p| - \gamma_{ij} n_i n_j = 0$. Поэтому условие течения задается неравенством

$$|\nabla p| > \gamma_{ij} n_i n_j. \qquad (2.1)$$

Таким образом, уравнения (1.1) и (1.2) справедливы, если выполняется неравенство (2.1). Для изотропных пористых сред совокупность уравнения (1.2) и неравенства (2.1) и представляет собой закон фильтрации вязкопластичной жидкости.

Для анизотропных сред, как показывает анализ уравнений фильтрации и условий начала течения, возможны еще и другие случаи [3, 4]. Ввиду того, что в качестве «движущей силы» может выступать не сам вектор градиента давления, а его проекция на какое-либо направление, возможны случаи, при которых имеют место фильтрационные течения и при невыполнении неравенства (2.1). Исследование подобных случаев наиболее просто производится, если уравнения (1.1) и (1.2) записаны в декартовой системе координат, совпадающей с главными осями тензоров k_{ij}, r_{ij} и γ_{ij}.

Рассмотрен комплекс лабораторных измерений по определению тензоров коэффициентов проницаемостей и предельных градиентов для всех типов анизотропных сред и проведены комплексные лабораторные исследования на реальном керновом материале. После прозвучивания были определены главные направления тензора коэффициентов проницаемости свойств и вдоль них были выпилены керны стандартных размеров для лабораторных измерений [5]. В плоскости OXY по диагонали был выпилен четвертый образец для контрольных измерений. Результаты лабораторных исследований подтвердили тензорную природу начального градиента и многовариантность законов фильтрации вязкопластичных жидкостей с предельным градиентом в анизотропных пористых средах. Законы фильтрации допускают одно-, двух- и трехмерные течения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 09-08-00631-а) и в рамках Программы №14 Президиума РАН (проект 2.3.1).

Список литературы

1. Дмитриев Н.М., Максимов В.М. О структуре тензоров коэффициентов фазовых и относительных проницаемостей для анизотропных пористых сред // Докл. РАН. 1998. Т. 358, №3. С. 337–339.
2. Дмитриев Н.М., Максимов В.М., Рябчуков Е.А. Законы фильтрации вязкопластичных жидкостей в анизотропных пористых и трещиноватых средах // Изв. РАН. МЖГ. 2006. №4. С. 112–120.
3. Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Каневская Р.Д., Максимов В.М. Подземная гидромеханика. М.– Ижевск: Ин-т компьют. исследований, 2006. 488 с.
4. Дмитриев Н.М., Максимов В.М., Мамедов М.Т. Законы фильтрации с предельным градиентом в анизотропных пористых средах // Изв. РАН. МЖГ. 2010. №2. С. 65–72.
5. Дмитриев Н. М., Мамедов М.Т. Теоретическая схема проведения лабораторного эксперимента по обоснованию тензорной природы предельного (начального) градиента // Нефть, газ и бизнес. 2010. №11. С. 74–77.

FLOW WITH A LIMITING GRADIENT IN ANISOTROPIC POROUS MEDIA. THEORY AND EXPERIMENT

N.M. Dmitriev, M.T. Mamedov, V.M. Maksimov

The equations of viscoplastic fluid flow through a porous medium are written all types of anisotropy. It is shown that in anisotropic media, flows with a limiting gradient are characterized by two material tensors: the tensors of permeability (flow resistance) coefficient and the tensors of limiting gradient. A complex of laboratory measurements for determining the tensors of permeability coefficient and limiting gradient is considered for all types of anisotropy media. It is shown that the tensors of permeability coefficient and limiting gradient are coaxial. Conditions of flow onset and fluid flow laws are formulated for media with monoclinic symmetries of flow characteristics.

Keywords: viscoplastic fluid flow through a porous medium, anisotropy, tensors of limiting gradient, flow onset condition, surface of limiting gradient.