

УДК 532.526.2

**О РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЗМУЩЕНИЙ В СВЕРХЗВУКОВОМ
ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА КРЫЛЕ С ИЗЛОМОМ ПЕРЕДНЕЙ КРОМКИ**

© 2011 г.

Г.Н. Дудин, А.В. Ледовский

Московский физико-технический институт (технический университет), г. Жуковский

dudin@falt.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Рассмотрено течение в пространственном ламинарном пограничном слое на тонком крыле с изломом передней кромки на режиме сильного вязко-невязкого взаимодействия. Индуцированное давление определяется по формуле «касательного клина», обобщенной на нестационарный случай. На основании анализа уравнений пограничного слоя получено интегральное соотношение для определения характеристической поверхности. В результате численного решения определены диаграммы направленности скорости перемещения возмущений при различных значениях температурного фактора и углов стреловидности передних кромок.

Ключевые слова: гиперзвуковые течения, треугольное крыло, вязко-невязкое взаимодействие, распространение возмущений.

Характер течения в пространственном пограничном слое на треугольном крыле, обтекаемом сверхзвуковым потоком на режиме сильного вязко-невязкого взаимодействия, зависит от ряда определяющих параметров [1]. При этом может происходить качественное изменение режимов течения, связанное с образованием областей закритического и докритического течений [2, 3]. Распространение возмущений в трехмерных стационарных и нестационарных сверхзвуковых пограничных слоях – не только составная часть проблемы гидродинамической устойчивости, оно существенно влияет на аэродинамические эффекты [4, 5]. Математическое описание распространения возмущений основано на рассмотрении характеристик (субхарактеристик для уравнений параболического типа) [4]. В случае когда распределение давления не известно и определяется при решении задачи, существует механизм распространения возмущений, связанный с распространением волн давления [5].

Исследуется течение в ламинарном пограничном слое на тонком крыле с изломом передней кромки на режиме сильного взаимодействия. Температура поверхности крыла считается постоянной и заранее заданной. Внешнее распределение давления определяется по формуле «касательного клина», обобщенной на нестационарный случай [5]. Уравнения пограничного слоя рассматриваются в цилиндрической системе координат. Для преобразования нестационарных трехмерных уравнений пограничного

слоя вводятся: безразмерные переменные, переменные А.А. Дородницына и переменные, учитывающие особенности поведения функций течения вблизи передних кромок и точки излома [1, 3]. Характеристической (субхарактеристической) поверхностью $f(r, \theta, t) = 0$, связанной с индуцированным давлением $p(r, \theta, t)$, является цилиндрическая поверхность, нормальная к поверхности крыла, на которой не определена производная $\partial p / \partial f$. Процедура определения характеристической поверхности в пограничном слое, в случае когда распределение индуцированного давления заранее не известно и определяется в процессе решения, изложена в [3, 5]. После замены переменных $r, \theta, \eta, t \rightarrow f(r, \theta, t), \theta, \eta, t$ краевая задача принимает вид:

$$\begin{aligned}
 & A \frac{\partial u}{\partial f} + \Theta r \frac{\partial u}{\partial t} + w \frac{\partial u}{\partial \theta} + v \frac{\partial u}{\partial \eta} + \\
 & + \Theta \frac{\gamma - 1}{2\gamma p} (H - u^2 - w^2) r \frac{\partial p}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial r} = B_u, \\
 & A \frac{\partial w}{\partial f} + \Theta r \frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial \theta} + v \frac{\partial w}{\partial \eta} + \\
 & + \frac{\gamma - 1}{2\gamma p} (H - u^2 - w^2) \frac{\partial p}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial \theta} = B_w, \\
 & A \frac{\partial g}{\partial f} + \Theta r \frac{\partial g}{\partial t} + w \frac{\partial g}{\partial \theta} + v \frac{\partial g}{\partial \eta} - \\
 & - \Theta \frac{\gamma - 1}{2\gamma p} (H - u^2 - w^2) \frac{r}{p} \frac{\partial p}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial t} = B_g,
 \end{aligned}$$

$$v = -\frac{1-\theta^2}{p} \left(r \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} + r \frac{\partial F}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{\partial \Phi}{\partial f} \frac{\partial f}{\partial \theta} + \frac{5}{4} F - \frac{\Phi \theta}{2(1-\theta^2)} \right),$$

$$p = \frac{1+\gamma}{2} \left\{ \frac{\partial \Delta_e}{\partial f} (1-\theta^2) \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \cos[\Theta(\theta-\beta)] - \frac{1}{\Theta} \sin[\Theta(\theta-\beta)] \frac{\partial f}{\partial \theta} + r \frac{\partial f}{\partial t} \right) + (1-\theta^2) \times \right.$$

$$\times \left(\frac{3}{4} \Delta_e + r \frac{\partial \Delta_e}{\partial r} \right) \cos[\Theta(\theta-\beta)] + \frac{1}{\Theta} \sin[\Theta(\theta-\beta)] \times$$

$$\left. \times \left(\frac{3}{2} \theta \Delta_e - (1-\theta^2) \frac{\partial \Delta_e}{\partial \theta} \right) + r \frac{\partial \Delta_e}{\partial t} (1-\theta^2) \right\}^2,$$

$$\eta = 0: u = w = F = \Phi = 0, H = H_w;$$

$$\eta \rightarrow \infty: u \rightarrow \cos[\Theta(\theta-\beta)],$$

$$w \rightarrow -\sin[\Theta(\theta-\beta)], H \rightarrow 1.$$

Здесь

$$A = \Theta r \frac{\partial f}{\partial t} + \Theta r u \frac{\partial f}{\partial r} + w \frac{\partial f}{\partial \theta}, \Theta u = \partial F / \partial \eta,$$

$$w = \partial \Phi / \partial \eta, \Delta_e = 1/p \sqrt{(\gamma-1)/(2\gamma)} \int_0^\infty (H-u^2-w^2) d\eta,$$

Θ – угол между биссектрисой угла и передней кромкой, а β – угол между биссектрисой и направлением набегающего потока. Умножая первое уравнение на $\Theta r \frac{\partial f}{\partial r}$, а второе – на $\frac{\partial f}{\partial r}$ и складывая их, получаем дифференциальное уравнение первого порядка

$$A_0 \partial D / \partial \eta - D \partial A_0 / \partial \eta + Q B_1 \partial p / \partial f = B_0,$$

которое имеет решение

$$D = -B_1 A_0 \frac{\partial p}{\partial f} \int_0^\eta \frac{Q}{A_0^2} d\eta + A_0 \int_0^\eta \frac{B_0}{A_0^2} d\eta.$$

Используя это решение можно в явном виде определить производные от функций течения u, w, g по f . Дифференцируя Δ_e по f и подставляя в полученное равенство выражения для $\partial u / \partial f, \partial w / \partial f$ и $\partial g / \partial f$, находим окончательное выражение для $\partial p / \partial f$. Поверхность $f(r, \theta, t) = 0$ будет являться характеристической, если выполняется условие

$$N = \frac{\gamma-1}{2} \left[\left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{1}{\Theta} \frac{\partial f}{\partial \theta} \right)^2 \right] \times$$

$$\times \int_0^\infty \frac{(H-u^2-w^2)^2}{(r \partial f / \partial t + r u \partial f / \partial r + w / \Theta \partial f / \partial \theta)^2} d\eta -$$

$$- \int_0^\infty (H-u^2-w^2) d\eta = 0.$$

После введения

$$a = \left(\Theta \frac{\partial f}{\partial t} + \Theta u \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) \left(\left(\Theta \frac{\partial f}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \right)^2 \right)^{-1/2}$$

скорости перемещения характеристической поверхности окончательно получаем следующее интегральное соотношение:

$$\frac{\gamma-1}{2} \int_0^\infty \frac{(H-u^2-w^2)^2}{a^2} d\eta - \int_0^\infty (H-u^2-w^2) d\eta = 0.$$

С помощью этого интеграла определяется средняя скорость распространения возмущений, если известны профили компонент скорости и энтальпии в заданной точке крыла. В результате численного решения уравнений получены значения скорости распространения возмущений вверх по потоку при различных значениях температурного фактора и углов стреловидности передних кромок.

На рис. 1 представлено влияние температурного фактора на скорость распространения возмущений вверх по потоку в плоскости симметрии для крыльев с углами полураствора Θ , равными 45° и 135° . Увеличение температурного фактора от 0.1 до 1.0 приводит почти к 15-кратному росту скорости распространения возмущений вверх по потоку.

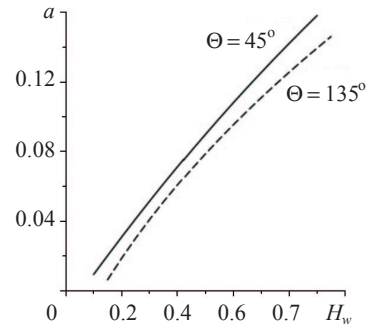


Рис. 1

На рис. 2 представлено изменение скорости распространения возмущений вверх по потоку в зависимости от угловой координаты θ для крыла с параметрами $\Theta = 105^\circ$ и $\beta = 35^\circ$. Построены диаграммы направленности распространения возмущений по размаху крыла и исследовано влияние различных определяющих параметров течения.

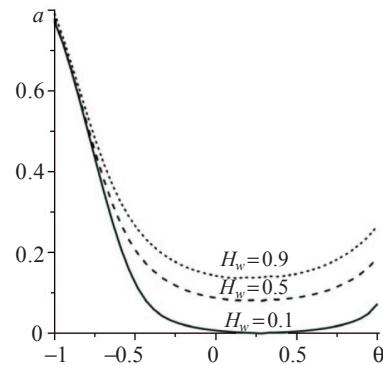


Рис. 2

Работа поддержана РФФИ (проект 10-01-00173-а) и АВЦП РПНВШ 2.1.1/200.

Список литературы

1. Нейланд В.Я., Боголепов В.В., Дудин Г.Н., Липатов И.И. Асимптотическая теория сверхзвуковых течений вязкого газа. М.: Физматлит, 2003. 456 с.

2. Нейланд В.Я. // Ученые записки ЦАГИ. 1974. Т. 5, №2. С. 70–79.

3. Дудин Г.Н., Мьинт К.Т. // Изв. РАН. МЖГ. 2010. №3. С. 91–102.

4. Wang K.C. // J. Fluid Mech. 1971. V. 48. P. 397–404.

5. Кречетников Р.В., Липатов И.И. // ПМТФ. 1999. Т. 40, №3. С. 116–127.

**PROPAGATION OF DISTURBANCES IN A SUPERSONIC BOUNDARY LAYER
ON THE WING WITH A POINT OF INFLECTION IN THE LEADING EDGE**

G.N. Dudin, A.V. Ledovskiy

A flow in a spatial laminar boundary layer on a thin wing with a point of inflection in the leading edge is considered in the regime of strong viscous-inviscid interaction. The induced pressure is determined using the «the tangent of the wedge» formula, which is generalized to the nonstationary case. Based on the analysis of boundary layer equations, the integral relation for determining the characteristic surface is obtained. Using numerical analysis, radiation patterns of perturbation velocity are defined at different values of the temperature factor and the sweep angles of leading edges.

Keywords: hypersonic flow, delta wing, viscous-inviscid interaction, propagation of disturbances.