

УДК 532.6

**ПОТЕРЯ УСТОЙЧИВОСТИ ТЕРМОКАПИЛЛЯРНОГО ТЕЧЕНИЯ  
ПРИ БОЛЬШИХ ЧИСЛАХ ПРАНДТЛЯ**

© 2011 г.

**М.К. Ермаков**

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

ermakov@ipmnet.ru

Поступила в редакцию 16.05.2011

Методом анализа линейной устойчивости для прямого жидкого моста с отношением высоты к радиусу  $H/R = 1$  исследуется зависимость критического числа Марангони и критической частоты в диапазоне чисел Прандтля от 4 до 200. Получено, что смена критического азимутального волнового числа от 2 к 1 происходит при числе Прандтля, равном 28. Аппроксимация нейтральной кривой для больших чисел Прандтля сравнивается с полученной в экспериментах. Нейтральная кривая термокапиллярного течения для космического эксперимента «MEIS-2» (Япония, 2009) для силиконового масла вязкостью 5 сСт (число Прандтля 68) сопоставляется с результатами анализа линейной устойчивости. Обсуждаются возможные причины расхождения в области малых удлинений.

*Ключевые слова:* термокапиллярная конвекция, устойчивость, жидкий мост, космический эксперимент, «MEIS».

Первая цель работы – расширение анализа линейной устойчивости термокапиллярного течения в жидких мостах для малых и умеренных чисел Прандтля [1] в сторону высоких чисел Прандтля. Вторая цель – сравнение экспериментальных данных по наступлению колебаний в космическом эксперименте «MEIS-2» (Япония, 2009) с использованием силиконового масла вязкостью 5 сСт (число Прандтля 68) в диапазоне удлинений  $H/R = 1 \div 4$  [2] с результатами анализа линейной устойчивости.

Рассмотрим прямой жидкий мост, который представляет собой цилиндрический объем жидкости высотой  $H$ , подвешенный между двумя твердыми соосными дисками равного радиуса  $R$ . Боковая поверхность объема является свободной. Причиной термокапиллярного течения является разность температур между дисками, сила тяжести предполагается отсутствующей. Для описания термокапиллярной конвекции используются уравнения несжимаемой вязкой жидкости с уравнением притока тепла. Граничные условия включают в себя фиксированные температуры на твердых дисках и теплоизоляцию на свободной поверхности; кинетическое граничное условие задает нулевую нормальную компоненту скорости на свободной поверхности, а динамические граничные условия определяют баланс касательных напряжений на свободной поверхности в предположении, что поверхностное натяжение является линейной функцией температуры [1]. Безразмерными параметрами

задачи являются удлинение  $H/R$ , термокапиллярное число Марангони ( $Ma$ ) и число Прандтля ( $Pr$ ).

Для изучения условий гидротепловой неустойчивости используется метод анализа линейной устойчивости. Проблема сводится к получению осесимметричного базисного решения и решению обобщенной задачи на собственные значения для трехмерных возмущений, имеющих форму нормальных мод в азимутальном направлении [3]. Стационарное базисное решение находится матричным методом Ньютона–Рафсона, и обобщенная задача на собственные значения решается методом обратных итераций. Так как задача об устойчивости термокапиллярных течений в жидких мостах даже для малых чисел Прандтля является весьма сложной проблемой [4], используемый код был тщательно верифицирован [3].

На рис. 1 представлены критическое число Марангони ( $a$ ) и критическая частота  $\omega$  ( $b$ ) от числа Прандтля в диапазоне от 4 до 200 для цилиндрического жидкого моста с удлинением  $H/R = 1$ . Наиболее опасной азимутальной модой является  $m = 2$  для чисел Прандтля менее 28 и  $m = 1$  для больших чисел Прандтля. Удивительно, что критические частоты для обеих мод в точке пересечения совпадают. Критические число Марангони и частота могут быть аппроксимированы зависимостями  $Ma = 6700 \cdot Pr^{0.53}$  и  $\text{freq} = 200 \cdot Pr^{-0.7}$  для числа Прандтля более 20 (черные кривые на рис. 1). Следует отметить, однако, что для большинства эксперименталь-

ных данных критическое число Марангони соответствует  $Ma = 2000 \cdot Pr^{0.6}$  для  $10^{-2} < Pr < 10^2$  [5], что в несколько раз меньше.

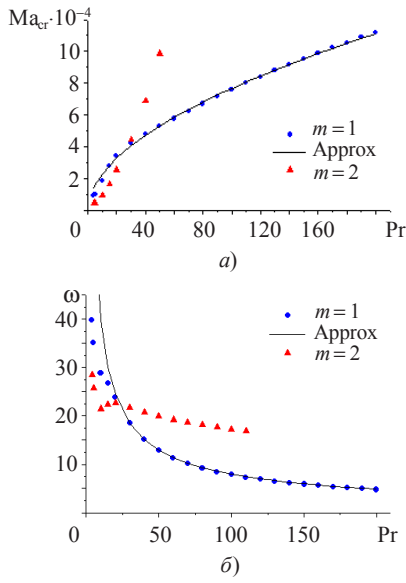


Рис. 1

На рис. 2 представлены критические число Марангони (а) и частота (б) в зависимости от удлинения  $H/R$  космического эксперимента «MEIS-2» (число Прандтля 68) и полученных методом анализа линейной устойчивости.

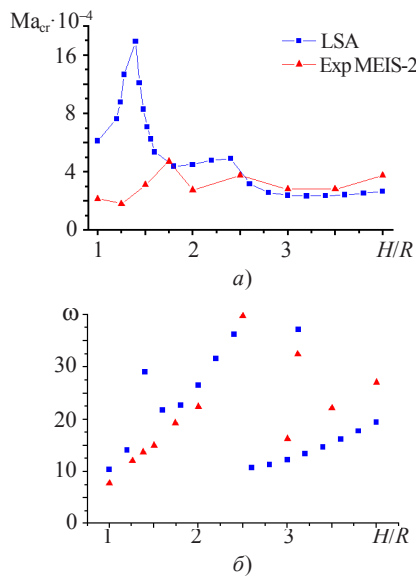


Рис. 2

В обоих случаях азимутальное волновое число  $m = 1$ . Экспериментальные и расчетные данные удовлетворительно соответствуют друг другу для удлинений, больших 1.7. Расчетные данные описывают смену типа критического возмущения, критической частоты и немонотонное поведение нейтральной кривой в районе удлинения 2.5, присутствующие в эксперимен-

тальных данных. Однако в области меньших удлинений наблюдается существенное расхождение экспериментальных и расчетных данных. Заметим, что критическое число Марангони, полученное в эксперименте, соответствует аппроксимации, приведенной в предыдущем параграфе. Причинами расхождения экспериментальных и расчетных данных могут служить: 1) влияние теплообмена на свободной поверхности, 2) отклонение формы жидкого моста от прямого цилиндра, 3) отклонение объема жидкого моста от объема соответствующего прямого цилиндра; 4) нелинейный характер потери устойчивости; 5) упрощенная математическая модель. Строго говоря, следует решать сопряженную задачу, включающую в себя конвекцию в окружающем воздухе и возможность деформации свободной поверхности. Однако, в силу тонких тепловых и динамических пограничных слоев, трехмерные расчеты при таких высоких числах Прандтля даже для используемой модели в литературе отсутствуют. На рис. 3 приведены базисные решения и собственная функция для температуры при удлинениях  $H/R = 1$  и 2 для числа Прандтля 68.

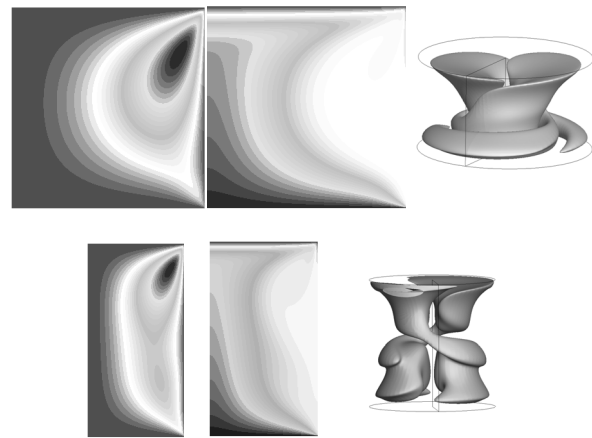


Рис. 3

Список литературы

1. Wanschura M., Shevtsova V.M., Kuhlmann H.C. et al. // Phys. Fluids. 1995. V. 7. P. 915–925.
2. Kawamura H., Nishino K., Matsumoto S., Ueno I. Space experiment of Marangoni convection on International space station // Proc. Int. Heat Transfer Conf. IHTC14. 2010. Washington, USA. IHTC14-23346.
3. Ermakov M.K., Ermakova M.S. // J. Crystal Growth. 2004. V. 266. P. 160–166.
4. Shevtsova V. // J. Crystal Growth. 2005. V. 280. P. 632–651.
5. Yang Y.K., Kou S.J. // J. Crystal Growth. 2001. V. 222. P. 135–143.

**THERMOCAPILLARY FLOW STABILITY FOR HIGH PRANDTL NUMBER FLUIDS***M.K. Ermakov*

A linear stability analysis is used for a straight liquid bridge of  $H/R = 1$  aspect ratio to determine critical Marangoni number and the frequency for Prandtl numbers from 4 to 200. It has been determined that the change of critical azimuthal wave number occurred for Prandtl number equal to 28. An approximation of a neutral curve for a high Prandtl number is compared to the experimental one. The neutral curve of a thermocapillary flow for the spatial experiment «MEIS-2» (Japan, 2009) for 5 cSt silicone oil (the Prandtl number equals 68) is compared to the results of linear stability analysis. The causes of divergence for small aspect ratios are discussed.

*Keywords:* thermocapillary convection, stability, liquid bridge, spatial experiment, «MEIS».