

УДК 519.634;533.951

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МГД-ТЕЧЕНИЙ
В КАНАЛАХ С ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ**

© 2011 г.

Н.С. Жданова

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

Natalya_zh@mail.ru

Поступила в редакцию 16.05.2011

Представлена численная модель МГД-ускорения плазмы в коаксиальных каналах-соплах в присутствии продольного магнитного поля. Свойства течения существенно зависят от отношения скорости плазмы к продольной альфвеновской скорости. Продольное поле способствует преодолению кризисов тока в приэлектродных слоях сверхальфвеновских течений. Его увеличение приводит к возникновению доальфвеновских течений, качественно отличающихся своей природой и параметрами ускорения. Уделено внимание комбинированным течениям, объединяющим до- и сверхальфвеновские типы.

Ключевые слова: МГД-течение, доальфвеновские, сверхальфвеновские, альфвеновские течения, продольное магнитное поле, сопло.

Объект исследований

Одно из направлений работ в области вычислительной плазмодинамики связано с разработкой плазменных ускорителей. Принцип их действия основан на идее ускорения плазмы в канале, образованном двумя коаксиальными электродами, вызванного взаимодействием азимутального магнитного поля и радиального тока в плазме. Развитие теории течений плазмы в магнитном поле и стремление расширить область их применения потребовало исследования этих процессов при наличии также продольного магнитного поля [1].

На рис. 1 схематически представлено сечение такого канала плоскостью $\varphi = \text{const}$ в цилиндрических координатах (z, r, φ) .

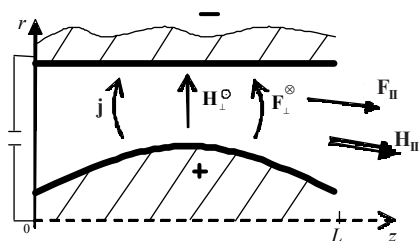


Рис. 1

Электроды питаются от конденсаторной батареи. Когда плазма поступает в канал через входное сечение слева, цепь замыкается и в плазме между электродами возникает разрядный ток \mathbf{j} , в основном, радиального направления. Он, взаимодействуя с собственным азиму-

тальным магнитным полем \mathbf{H}_\perp , создает силу Ампера $\mathbf{F}_\parallel = 1/c[\mathbf{j}, \mathbf{H}_\perp]$, ускоряющую плазму вдоль оси канала. Длительность импульса тока значительно превосходит пролетное время, поэтому процесс можно рассматривать как стационарный.

В системе присутствует также продольное магнитное поле \mathbf{H}_\parallel , созданное внешними электрическими токами, например окружающим канал соленоидом. Взаимодействуя с током \mathbf{j} , продольное магнитное поле дополнительно вращает плазму силой $\mathbf{F}_\perp = 1/c[\mathbf{j}, \mathbf{H}_\parallel]$ в азимутальном направлении.

Постановка задачи и методы решения

Процесс описывается системой уравнений магнитной газодинамики. Плазма рассматривается как сплошная среда, состоящая из ионов и электронов с едиными макропараметрами. Расчеты проводятся в нестационарной модели, а представляющий интерес стационарный режим образуется в процессе установления.

Постановка задачи включает в себя начальные и граничные условия. Начальные условия могут быть достаточно произвольными, потому что объектом исследований являются стационарные процессы.

Для численного решения двумерной МГД-задачи применен метод, основанный на полностью многомерной разностной схеме Залесака – разновидности широко известных методов коррекции потоков FCT [2]. Преимущество это-

го метода по сравнению с другими классическими методами класса FCT – отсутствие необходимости использовать расщепление по направлениям в процессе решения двух- и более мерных задач.

Основные результаты

Полученные характеристики двумерных течений плазмы рассматриваются в свете результатов исследований этих процессов в квазиодномерном приближении. Такое приближение предполагает усреднение всех искомых величин по поперечному сечению канала. В этом случае получено аналитическое решение задачи и установлено, что в присутствии продольного магнитного поля в канале могут иметь место течения различных типов. Разработана их классификация, основанная на отношении скорости течения к скоростям магнитного звука, медленного и быстрого, и альфвеновской скорости [3].

Все течения делятся на доальфвеновские, скорость которых меньше альфвеновской скорости, и сверхальфвеновские – с противоположным соотношением для скоростей. В каждой группе выделяются до-, сверх- и трансзвуковые течения по отношению к скорости медленного или быстрого магнитного звука. Доальфвеновские течения имеют место только при наличии продольного магнитного поля. Они существенно отличаются от хорошо изученных сверхальфвеновских течений. Основное отличие заключается в принципиально ином перераспределении энергий (кинетической, тепловой и электромагнитной) друг в друга.

В доальфвеновском трансзвуковом течении с замедлением кинетическая энергия преобразуется не в электрическую (как в сверхальфвеновском), а вместе с вложенной электромагнитной – в тепловую. В течениях с ускорением происходит обратный переход: тепловая энергия превращается в кинетическую и частично в электрическую.

Полученная в квазиодномерной модели классификация проявляется и в двумерной задаче, в областях, ограниченных траекториями движения.

Расчеты двумерных течений показали, что в присутствии продольного магнитного поля в канале могут устанавливаться течения различных типов, в том числе имеют место течения, состоящие из областей нескольких типов одновременно.

При небольшой величине продольного поля во всем канале образуется течение сверхальфвеновского типа. Плотность плазмы, которая тяготеет к наружному электроду без внешнего поля, в его присутствии дополнительно перераспределяется в ту же сторону. Это объясняется тем, что продольное поле, взаимодействуя с радиальным электрическим током, вращает плазму вокруг оси системы, и центробежная сила дополнительно прижимает ее к внешней границе, тем самым способствуя преодолению кризиса тока в приэлектродных слоях. Указанные свойства способствуют организации регулярного течения в каналах сильноточных ускорителей в режиме переноса тока ионами [4].

Увеличение продольного поля приводит к возникновению вдоль внешнего электрода области альфвеновских течений (течений с альфвеновской скоростью), которая при дальнейшем его увеличении смещается к оси канала, а вблизи этого электрода образуются течения доальфвеновского типа. Таким образом, течения в присутствии продольного магнитного поля могут состоять из областей качественно отличных типов течений: доальфвеновских и сверхальфвеновских. Достаточно сильному продольному полю соответствуют полностью доальфвеновские течения [5].

Список литературы

1. Брушлинский К.В. Математические и вычислительные задачи магнитной газодинамики. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. 200 с.
2. Zalesak S.T. // J. of Computational Physics. 1979. V. 31. P. 335–362.
3. Брушлинский К.В., Жданова Н.С. // Изв. АН. МЖГ. 2004. №3. С. 135–146.
4. Козлов А.Н. // Физика плазмы. 2006. Т. 32. Вып. 5. С. 413–422.
5. Брушлинский К.В., Жданова Н.С. // Физика плазмы. 2008. Т. 34, №12. С. 1120–1128.

**MATHEMATICAL MODELING OF MHD-FLOWS
IN CHANNELS WITH A LONGITUDINAL MAGNETIC FIELD**

N.S. Zhdanova

A numerical model of MHD acceleration in coaxial channels (nozzles) with the longitudinal magnetic field is presented. The properties of the flow depend mainly on the ratio of the plasma velocity and the Alfvén one, corresponding to the longitudinal magnetic field. The longitudinal field helps to overcome current crises in super-Alfvén flows near the electrodes. Increase of the longitudinal field causes another type of flows, sub-Alfvén, with widely different properties and acceleration parameters. Special attention is given to combined flows which consolidate super- and sub-Alfvén flows.

Keywords: MHD-flow, sub-Alfvén, super-Alfvén, Alfvén flow, longitudinal magnetic field, nozzle.