

УДК 534.222.2

О ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ПЛОСКИХ УДАРНЫХ ВОЛН В СРЕДАХ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ УРАВНЕНИЕМ СОСТОЯНИЯ

© 2011 г.

С.И. Анисимов¹, А.В. Конюхов², А.П. Лихачев²

¹Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, г. Черноголовка

²Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

anisimov@itp.ac.ru

Поступила в редакцию 16.05.2011

Проводится нелинейный анализ проблемы устойчивости плоских ударных волн в средах с произвольным уравнением состояния. Обнаружены принципиальные отличия полученных результатов от предсказаний линейной теории этой проблемы.

Ключевые слова: ударная волна, неустойчивость, нейтральная устойчивость, нелинейность, неединственность решения, расщепление.

Введение

В статьях [1, 2] и ряде последовавших за ними публикаций была развита линейная теория устойчивости плоской ударной волны (УВ) относительно малых двумерных возмущений ее фронта. Анализ проводился для сред с произвольными термодинамическими свойствами. В рамках этой теории были получены условия абсолютной устойчивости ($-1 < L < L_A$), неустойчивости ($L < -1$ и $L > 1 + 2M_2$) и нейтральной устойчивости ($L_A < L < 1 + 2M_2$) УВ (обозначения те же, что и в цитированных выше работах). Позже было обнаружено, что фрагменты ударной адиабаты (УА), на которых выполняются условия неустойчивости УВ, перекрываются участками с неоднозначным представлением УВ разрыва (см. обзор [3]), в связи с чем реализуемость неустойчивых УВ вызвала серьезные сомнения. Столь же проблематично и прогнозируемое линейной теорией спонтанное излучение звуковых волн фронтом УВ при выполнении условия нейтральной устойчивости. Кроме того, до сих пор отсутствует экспериментальное подтверждение существования УВ в неустойчивом или нейтрально устойчивом состоянии (по крайней мере, в предсказываемом в [1, 2] виде). Очевидно, что решение вопроса о фактическом поведении УВ при выполнении соответствующих условий выходит за рамки линейного анализа и требует проведения нелинейных исследований.

Представлены результаты законченного цикла работ [4–7], посвященных нелинейному анализу этой проблемы. Анализ проводился в

постановках различной размерности как в модели невязкого газа (уравнения Эйлера), так и в рамках решения уравнений Навье – Стокса. Основная часть результатов получена с использованием методов численного моделирования. Конвективные потоки через границы ячеек определялись на основе [8, 9]. При аппроксимации вязких членов использовались симметричные разности второго порядка точности. При проведении анализа применялись уравнения состояния реальных (дейтерий, газ Ван-дер-Ваальса, магний) и модельных сред.

Нейтрально устойчивые ударные волны [4, 5]

Была развита методика анализа уравнения состояния, позволяющая для каждого значения давления перед ударной волной выделить область фазовой диаграммы, внутри которой ударная адиабата отвечает условию нейтральной устойчивости. Получен критерий, позволяющий идентифицировать причину акустических возмущений (фронт ударной волны или внешний источник) непосредственно по картине течения. В рамках 2D и 3D невязких постановок исследована эволюция нейтрально устойчивой УВ в реальных (газ ван-дер-ваальсова типа, магний) и модельных средах. Во всех рассмотренных случаях излучение звука фронтом УВ являлось вынужденным, а спонтанная (не обусловленная внешними воздействиями) генерация акустических волн не наблюдалась. При периодическом возмущении нейтрально устойчивой УВ за ее фронтом формируется характерная решетка акустических волн (рис. 1), на-

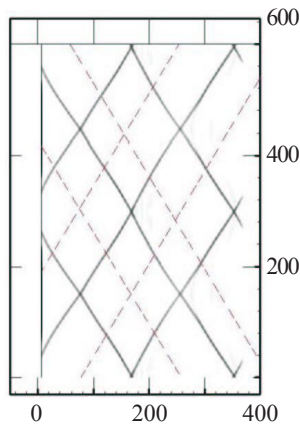


Рис. 1

абсолютно устойчивых УВ.

Неоднозначное представление УВ разрыва [5–7]

Условие неустойчивости УВ $L < -1$ означает наличие перегиба (излома) на УА при отрицательном знаке производной $(\partial p/\partial V)_H$ и удовлетворяется в реальных средах в области фазового перехода первого рода или перехода из упругого состояния в пластическое (интервал 1–3 на рис. 2). Из этого условия следует, что $M_2 > 1$, и, следовательно, нарушается одно из условий эволюционности УВ. Более того, в начале участка с $L < 1$ (интервал 1–2) $(\partial^2 p/\partial V^2)_S$ меньше нуля, и существование ударных волн с конечным состоянием в этой области невозможно в принципе. Очевидно, что такая УВ, возникнув или будучи созданной, должна распасться. Труднее прогнозировать поведение УВ в области ее неоднозначного представления, выходящей за пределы участка $L < -1$ в сторону большего давления (интервал 3–4), где выбор между исходной УВ и распадной конфигурацией не связан с термодинамическими ограничениями. Параметрические 1D и 2D расчеты, проведенные в невязкой и вязкой моделях [5, 8], показали, что всегда выбирается разрывное решение, представляющее собой комбинированную волну сжатия (КВС). Если УА гладкая, а конечное состояние исходной УВ находится в области $(\partial^2 p/\partial V^2)_S <$

клон которых к фронту УВ находится в хорошем соответствии с результатами линейной теории (штриховые линии на рисунке). Акустический шум за фронтом нейтрально устойчивой УВ затухает (вязкие эффекты ускоряют это затухание), но значительно медленнее, чем в случае

полной КВС. Результаты одномерных параметрических расчетов в зависимости от автомодельной переменной x/t представлены на рис. 3 в виде распадной диаграммы. В случае УА с изломом участок с $(\partial^2 p/\partial V^2)_S < 0$ стягивается в точку, а ИВС вырождается в участок однородного течения (так называемая двухволновая структура). Обнаружено, что УВ, замыкающая полную КВС, может быть нейтрально устойчивой. В [6] был проведен анализ взаимодействия такой КВС с вихрем, наглядно показавший отличия в поведении возмущенных абсолютно и нейтрально устойчивых УВ.

Условие $L > 1 + 2M_2$ реализуется при небольших значениях производной $(\partial p/\partial V)_S < 0$. Это условие не сталкивается с какими-либо термодинамическими ограничениями, но случаев его выполнения в реальных средах до сих пор не известно. Тем не менее, анализ поведения УВ в области ее неоднозначного представления, включающей соответствующий участок УА, представляет несомненный фундаментальный интерес как часть проблемы устойчивости УВ и может быть полезен для идентификации обнаруженных явлений в будущих экспериментах. Проведенное в 2D и 3D постановках моделирование показало, что в области неоднозначного представления УВ, перекрывающей участок с $L > 1 + 2M_2$, возникают незатухающие пространственные колебания фронта УВ с образованием «ячеистой» структуры (на рис. 4 в терминах плотности показан начальный этап ее формирования). Эти колебания объясняются «переключением» локальных параметров УВ между различными волновыми конфигурациями при перемещении вдоль фронта УВ исходящих из узловых точек поперечных волн [7].

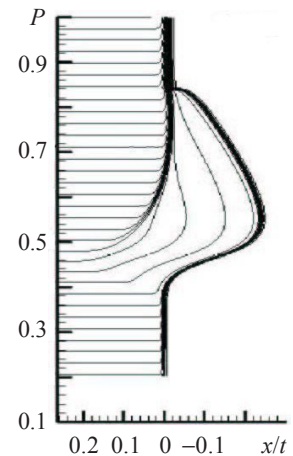


Рис. 3

состоянием в этой области невозможно в принципе. Очевидно, что такая УВ, возникнув или будучи созданной, должна распасться. Труднее прогнозировать поведение УВ в области ее неоднозначного представления, выходящей за пределы участка $L < -1$ в сторону большего давления (интервал 3–4), где выбор между исходной УВ и распадной конфигурацией не связан с термодинамическими ограничениями. Параметрические 1D и 2D расчеты, проведенные в невязкой и вязкой моделях [5, 8], показали, что всегда выбирается разрывное решение, представляющее собой комбинированную волну сжатия (КВС). Если УА гладкая, а конечное состояние исходной УВ находится в области $(\partial^2 p/\partial V^2)_S <$

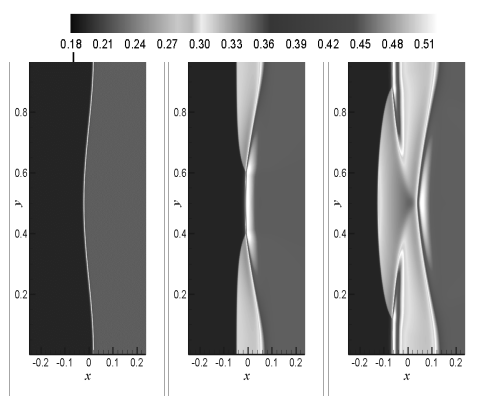


Рис. 4

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №08-08-01067а) и ПФИ Президиума РАН №2, П.

Список литературы

1. Дьяков С.П. // ЖЭТФ. 1954. Т. 27, №3. С. 288.
2. Конторович В.М. // ЖЭТФ. 1957. Т. 33, №6. С. 1525.
3. Кузнецов Н.М. // УФН. 1989. Т. 159, №3. С. 493.
4. Конюхов А.В. и др. // Письма в ЖЭТФ. 2009. Т. 90, №1. С. 21.
5. Конюхов А.В. и др. // ЖЭТФ. 2004. Т. 125, №4. С. 927.
6. Конюхов А.В. и др. // ЖЭТФ. 2007. Т. 131, №4. С. 761.
7. Конюхов А.В. и др. // Письма в ЖЭТФ. 2009. Т. 90, №1. С. 28.
8. Roe P.L. // J. Comp. Phys. 1981. V. 43, No 2. P. 357.
9. Glaister P. // J. Comput. Phys. 1988. V. 74, No 2. P. 382.

**ON THE HYDRODYNAMIC STABILITY OF PLANE SHOCK WAVES IN MEDIA
WITH THE ARBITRARY EQUATION OF STATE**

S.I. Anisimov, A.V. Konyukhov, A.P. Likhachev

The nonlinear analysis of the problem of stability of the plane shock wave in media with arbitrary equation of state is done. The results obtained differ qualitatively from the predictions of the linear theory for this problem.

Keywords: shock wave, instability, neutral stability, nonlinearity, solution nonuniqueness, splitting.