

УДК 519.6;533

**ВЛИЯНИЯ ВЯЗКОСТИ НА НЕРЕГУЛЯРНОЕ ОТРАЖЕНИЕ  
СЛАБЫХ УДАРНЫХ ВОЛН**

© 2011 г.

*М.С. Иванов, Е.А. Бондарь*

Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

ivanov@itam.nsc.ru

*Поступила в редакцию 16.05.2011*

Проведено численное исследование нерегулярного отражения слабых ударных волн в условиях парадокса Неймана в рамках уравнений Эйлера и Навье–Стокса. В невязком случае подтверждено существование локальной сверхзвуковой зоны за отраженной волной в окрестности тройной точки с использованием метода сквозного счета. При уменьшении размера вычислительной ячейки численное решение уравнений Эйлера в плоскости  $(\theta, p)$  приближается к изотропе, соответствующей решению Гудерлея. В вязком случае прообраз конфигурации со сверхзвуковой областью за отраженной волной обнаружен только для очень больших чисел Рейнольдса ( $Re = 1.6 \cdot 10^9$ ), при меньших числах Рейнольдса за отраженной волной наблюдается дозвуковое течение.

*Ключевые слова:* парадокс Неймана, эффекты вязкости, нерегулярное отражение ударных волн, модель Гудерлея, модель Штернберга.

**Введение**

Одним из возможных путей разрешения парадокса Неймана в рамках газовой динамики является четырехволновая модель Гудерлея для отражения слабых ударных волн. Численное моделирование, проведенное в [1, 2] с использованием техники выделения скачков, подтвердило основные положения теории Гудерлея. В окрестности тройной точки за отраженной волной обнаружены волна разрежения и локальная сверхзвуковая область. В рамках модели мелкой воды в работе [3] получен схожий результат с использованием метода сквозного счета, при этом для получения высокого разрешения вычислительной сетки использовался ряд вложенных вычислительных областей. Однако размер области с числом Фруда  $F > 1$  в окрестности пересечения волн на несколько порядков меньше, чем аналогичная сверхзвуковая область, полученная в [1, 2]. Численное исследование, проведенное в [4] с использованием неструктурированных треугольных сеток со сгущением в окрестности тройной точки, не выявило локальной сверхзвуковой области и волны разрежения, как в случае сквозного счета, так и в случае с выделением скачков. В работе [5] обнаружена последовательность локальных сверхзвуковых областей и тройных точек вдоль ножки Маха для случая нестационарного отражения слабых удар-

ных волн. В настоящий момент вопрос о детальной структуре локальных сверхзвуковых областей за отраженной волной все еще остается открытым. Другой путь для разрешения парадокса Неймана – это попытаться учесть эффекты вязкости и теплопроводности в окрестности тройной точки. Согласно модели Штернберга [6], в окрестности пересечения ударных волн в вязком потоке существует зона, где условия Ренкина–Гюгонио не применимы. Численное моделирование [7] при умеренных числах Рейнольдса подтвердило справедливость этой модели, при этом локальных сверхзвуковых областей в окрестности пересечения ударных волн обнаружено не было. Более того, было обнаружено подобие полей течений в окрестности пересечения ударных волн при различных числах Рейнольдса. Тем не менее, в настоящий момент неясно, может ли «вязкая» структура течения при числе Рейнольдса  $Re \rightarrow \infty$  непрерывным образом перейти в четырехволновую структуру с локальной сверхзвуковой зоной.

Этот вопрос становится особенно интересным, так как размер сверхзвуковой зоны, полученный при численном моделировании без учета вязкости, соизмерим с толщиной ударной волны при умеренных числах Рейнольдса. Для полного понимания структуры течения в окрестности пересечения ударных волн необходимо провести численное моделирование при максимально высоких числах Рейнольдса.

### Постановка задачи и численные методы

Рассматривается нерегулярное отражение слабых ударных волн между двумя симметрично расположенными клиньями в стационарном потоке в условиях парадокса Неймана. Численное моделирование проводилось на основе двумерных уравнений Эйлера и Навье–Стокса, которые решались на структурированной прямоугольной сетке со сгущением в окрестности тройной точки методом установления с использованием схемы WENO 5-го порядка для конвективных членов, центрально-разностной схемы 4-го порядка для диффузионных членов, интегрированием по времени с использованием схемы Рунге–Кутты 2-го порядка. Для повышения разрешения вычислительной сетки использовался метод вложенных областей, аналогичный методу, использованному в [3, 5].

### Результаты численного моделирования

Результаты численного моделирования в рамках уравнений Эйлера представлены на рис. 1. На рис. 1а показано несколько вложенных вычислительных областей, здесь IS – падающая волна, RS – отраженная волна, MS – ножка Маха. На рис. 1б представлено сравнение результатов численного моделирования и решения Гудерлея в плоскости  $(\theta, p)$ ,  $\Delta x$  – размер вычислительной ячейки.

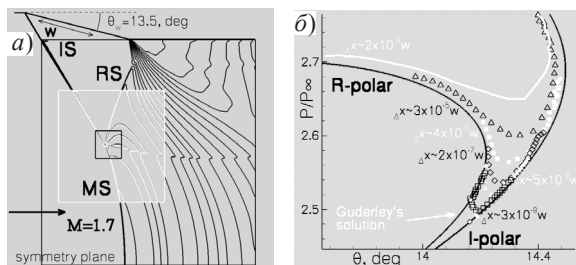


Рис. 1

Хорошо видно, что при уменьшении размера ячейки вычислительной сетки численное решение в плоскости  $(\theta, p)$  приближается к изонтропе, рис. 1б, соответствующей решению Гудерлея.

Поля течения в окрестности пересечения удар-

ных волн представлены на рис. 2, где а – численное моделирование в рамках уравнений Эйлера, б-г – моделирование в рамках уравнений Навье – Стокса (для чисел Рейнольдса: б –  $Re = 1.6 \cdot 10^9$ , в –  $Re = 0.8 \cdot 10^9$ , г –  $Re = 0.4 \cdot 10^9$ ). Белые линии соответствуют изолинии числа Маха  $M = 1$ . В невязком случае (рис. 2а) видна волна разрежения и локальная сверхзвуковая зона. В вязком случае прообраз подобной конфигурации наблюдается только при  $Re = 1.6 \cdot 10^9$ , при меньших числах Рейнольдса течение за отраженной волной является дозвуковым.

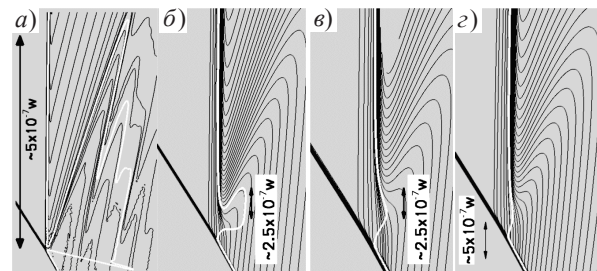


Рис. 2

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта 10-08-01203-а), в рамках государственного контракта №16.740.11.0303, российско-тайваньского проекта СО РАН-NSC 2010. Вычисления проводились в Межведомственном Суперкомпьютерном Центре РАН, Москва и Сибирском Суперкомпьютерном центре СО РАН (Новосибирск).*

### Список литературы

1. Васильев Г.Е., Крайко А.Н. // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1999. Т. 39, № 8. С. 1393–1404.
2. Vasilev E., Olkhovsky M. // 27<sup>th</sup> ISSW: Book of proceedings. 2009. P. 322.
3. Defina A., Viero D.P., Susin F.M. // Shock Waves. 2008. No 18. P. 235–242.
4. Ivanov M., Paciorri R., Bonfiglioli A. // AIAA 2010-4859, 40<sup>th</sup> Fluid Dynamics Conference and Exhibit.
5. Tesdall A., Sanders R., Keyfitz B. // SIAM J. Appl. Math. 2006. No 67. P. 321–336.
6. Sternberg J. // Physics of Fluids. 1959. No 2. P. 179–206.
7. Ivanov M. et al. // Progress in Aerospace Sciences. 2010. No 46. P. 89–105.

**THE EFFECT OF VISCOSITY ON IRREGULAR REFLECTION OF WEAK SHOCK WAVES***M.S. Ivanov, E.A. Bondar*

Irregular reflection of weak shock waves under the von Neumann paradox conditions is studied numerically, using Euler and Navier–Stokes equations. In the inviscid case, the existence of a local supersonic region behind the reflected shock wave in the vicinity of the triple point is confirmed by shock-capturing computations. In the viscous case, a prototype of a configuration with a supersonic region behind the reflected wave is found only for very high Reynolds numbers ( $Re = 1.6 \cdot 10^9$ ); for lower Reynolds numbers, a subsonic flow is observed behind the reflected wave.

*Keywords:* von Neumann paradox, effect of viscosity, irregular reflection of shock waves, Guderley model, Sternberg model.