

УДК 532.5

РАСПРОСТРАНЕНИЕ И ЗАХВАТ ИНЕРЦИОННО-ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН В СДВИГОВЫХ ТЕЧЕНИЯХ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

© 2011 г.

М.В. Калашник

НПО «Тайфун» Росгидромета, Обнинск

kalashnik-obn@mail.ru

Поступила в редакцию 16.05.2011

Во вращающейся в поле силы тяжести жидкости существуют собственные волновые движения (инерционно-гравитационные волны). При наличии сдвиговых течений эти волны могут быть захвачены (локализованы) внутри слоя сдвига. В рамках линеаризованной системы уравнений гидродинамики построены аналитические решения, описывающие структуру захваченных волн. Исследован процесс распространения и захват волновых пакетов в рамках лучевой теории волн.

Ключевые слова: вращающаяся жидкость, инерционно-гравитационные волны, захваченные волны, лучевая теория.

Данные наблюдений показывают, что в районах атмосферных и океанических фронтов и струйных течений наблюдаются интенсивные волновые движения – инерционно-гравитационные волны (ИГВ). Для объяснения этого факта предлагались физические механизмы, связанные с процессом нелинейного геострофического приспособления, с гидродинамической неустойчивостью струйных течений. Автором рассмотрен еще один механизм, связанный с существованием здесь так называемых захваченных инерционно-гравитационных волн. Подобные волны представляют собой осциллирующие с постоянной частотой возмущения, локализованные внутри слоя сдвига скорости струйного течения. Сдвиговой слой при этом играет роль своеобразного волновода, по которому волновая энергия распространяется в вертикальном направлении, не выходя за его пределы. Посредством этого волновода может осуществляться эффективное взаимодействие нижних и верхних слоев атмосферы.

В теоретическом исследовании захваченных волн рассмотрено баротропное геострофическое сдвиговое течение $\mathbf{u} = (U(y), 0, 0)$ в слое $0 < z < H$ несжимаемой стратифицированной жидкости с постоянной частотой Брента N и инерционной частотой f . Для функции тока $\psi(y, z)$ симметричных возмущений (не зависящих от координаты x вдоль потока) из линеаризованной системы уравнений динамики следует уравнение

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right] + f^2 [1 - R(y)] \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} +$$

$$+ N^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0, \quad (1)$$

где $R(y) + U'(y)/f$ – безразмерный параметр, характеризующий взаимную ориентацию сдвига и направления вращения. Отыскиваются решения (1) вида $\psi = \varphi(y) \exp(i\omega t) \sin(\pi k z/H)$, где $\omega > 0$ – частота колебаний, $k = 1, 2, \dots$ – номер вертикальной моды колебаний. Подстановка последнего выражения в (1) приводит к уравнению

$$\frac{d^2 \varphi}{dy^2} + \frac{m^2}{N^2 - \omega^2} [f^2 (R(y) - 1) + \omega^2] \varphi = 0, \quad (2)$$

$$m = \frac{\pi k}{H},$$

которое вместе с краевыми условиями ограниченности φ при $|y| \rightarrow \infty$ определяет спектральную задачу для нахождения частот колебаний ω .

При качественном анализе спектральной задачи [1, 2], уравнение (2) записывается в форме уравнения Шредингера, однако с более сложной зависимостью от спектрального параметра. При такой записи захваченные волны аналогичны связанным состояниям в квантовой механике; им отвечает дискретный спектр уравнения Шредингера. Из проведенного анализа следует, что расположение области захвата возмущений определяется ориентацией сдвига и стратификацией. Так, если частота Брента больше инерционной частоты f , захват происходит в области антициклонического сдвига ($R(y) > 0$), если меньше – в области циклонического сдвига. Соответственно в первом случае частоты захвачен-

ных волн меньше инерционной частоты, во втором – больше.

Получены точные аналитические решения спектральной задачи для треугольной струи и гиперболического слоя сдвига $U(y) = U_0 \text{th}(y/L)$. Представлены численные оценки, иллюстрирующие сильную зависимость числа захваченных волн от частоты Брента N . Так при $L = 500$ км, $H = 10$ км, $U_0 = 10$ м/с, $f = 10^{-4}$ с $^{-1}$, $k = 1$, $N = 10^{-2}$ с $^{-1}$ (атмосфера) существует ровно одна захваченная волна с периодом колебаний около 18 час. При том же наборе параметров и нейтральной стратификации $N = 0$ существует уже ровно 70 захваченных волн.

Значительный интерес представляет задача о распространении в сдвиговых течениях общих (несимметричных) волновых возмущений. Если горизонтальный масштаб возмущений много больше вертикального, поле горизонтальной скорости в волне представляется в виде $u + iv = e^{-ift}(f/N)^2 A_{zz}$, где функция $A(t, x, y, z)$ удовлетворяет уравнению

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + U(y) \frac{\partial}{\partial x} \right] A_{zz} + \frac{i}{2} \frac{N^2}{f} \Delta_h A - \frac{i}{2} U'(y) A_{zz} = 0 \quad (3)$$

(Δ_h – оператор Лапласа по горизонтальным координатам). На основе метода многомасштабных временных разложений уравнение (3) получено в работе [3]. В настоящей работе впервые построены аналитические решения этого уравнения в форме бегущих захваченных волн. Показано, что в условиях нейтральной стратификации $N = 0$ динамика возмущений описывается уравнением с противоположным знаком дисперсионного слагаемого.

Наряду с точными решениями уравнений гидродинамики для захваченных волн, исследовано распространение пакетов ИГВ в сдвиговых течениях в рамках лучевой теории (приближение геометрической оптики). Траектория пакета

(луча) $\mathbf{r} = \mathbf{r}(\mathbf{x}, t)$ описывается известной системой уравнений

$$d\mathbf{r}/dt = \mathbf{C}_g + \mathbf{U}, \quad d\mathbf{k}/dt = -\nabla\omega_*, \quad (4)$$

где $\omega_* = \omega_0 + \mathbf{k} \cdot \mathbf{U}$, ω_0 – собственная частота пакета, определяемая дисперсионным соотношением; \mathbf{k} – волновой вектор; $\mathbf{C}_g = \partial\omega_0/\partial\mathbf{k}$ – групповая скорость. На основе (4) получены аналитические выражения для лучевых траекторий, захваченных областью антициклонического сдвига. Показано, что захватываются только пакеты с частотой, близкой к инерционной. Для других частот имеет место либо свободное прохождение пакета, либо его отражение от области циклонического сдвига.

Теоретические результаты сопоставлены с данными наблюдений волновой активности в районах атмосферных струйных течений, представленными в работе [4]. Полученное в этой работе смещение максимума распределения волновой активности в область антициклонического сдвига объясняется развитой теорией захваченных волн.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 10-05-01128-а).

Список литературы

1. Калашник М.В. К теории устойчивости вращающихся сдвиговых течений // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2007. №3. С. 47–60.
2. Калашник М.В. Захваченные симметричные возмущения во вращающихся сдвиговых течениях // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2008. Т. 44, №6. С. 848–855.
3. Young W., Ben Jelloul M. Propagation of near-inertial oscillations through a geostrophic flow // J. Marine Res. 1997. V. 55. P. 735–766.
4. Plougonven R., Teitelbaum H., Zeitlin V. Inertia gravity wave generation by the tropospheric midlatitude jet as a given by the Fronts and Atlantic Storm-Track Experiment radio soundings // J. Geophys. Res. 2003. V. 108, №D21. P. 1–18.

PROPAGATION AND TRAPPING OF THE INERTIA-GRAVITY WAVES IN THE SHEAR FLOWS OF A ROTATING FLUID

M.V. Kalashnik

A fluid rotating in the gravity field has intrinsic wave motions (inertia-gravity waves). In the presence of shear flows, these waves can be trapped (localized) inside the layer of shear. The report presents analytical solutions derived in the framework of the linearized system and describing the structure of the trapped waves. In the framework of the ray theory of waves, the process of propagation and trapping of wave packets has been studied.

Keywords: rotating fluid, inertia-gravity waves, trapped waves, rays theory.