

УДК 537.634

ВЛИЯНИЕ УПРУГОСТИ В ЧИСЛЕННОМ РАСЧЕТЕ ДВИЖЕНИЯ ТЕЛА ИЗ НАМАГНИЧИВАЮЩЕГОСЯ ВЯЗКОУПРУГОГО МАТЕРИАЛА В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

© 2011 г.

С.А. Калмыков

НИИ механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

kalmykov.sergei@gmail.com

Поступила в редакцию 16.05.2011

Предложена модель динамики тонкого вытянутого тела из вязкоупругого намагничивающегося композита. На ее основе выполнен численный расчет движения тела в вертикальной плоскости под действием переменного магнитного поля с учетом силы тяжести и силы трения тела о стенки канала. Магнитная сила рассчитана с учетом краевых эффектов у границ катушек. Исследовано влияние модуля Юнга на вид зависимости скорости тела от частоты магнитного поля.

Ключевые слова: динамика, тонкое тело, вязкоупругий намагничивающийся композит, переменное магнитное поле.

Введение

В [1] впервые экспериментально исследовано движение вытянутого тела из вязкоупругого намагничивающегося материала, связанное с изгибной деформацией в «бегущем» магнитном поле. Экспериментально показано, что в созданном периодическом бегущем магнитном поле длинное цилиндрическое тело из намагничивающегося композита движется по направлению, противоположному движению «бегущего» магнитного поля установки. В [2] проведен расчет статических деформаций такого тела в магнитном поле этой установки, который использовался для теоретической оценки скорости тела при малых частотах переключения магнитного поля. В работе [3] была построена модель динамики тонкого упругого стержня из намагничивающегося материала без учета вязкости, и с помощью этой модели рассчитано движение тела в широком диапазоне частот переключения магнитного поля. Однако рассматриваемые композиты обладают заметной вязкостью. В связи с этим предложена модель тонкого стержня из вязкоупругого (модель Фойхта) намагничивающегося композита, которая позволит более точно рассчитывать динамику тела. Получена методика определения коэффициентов вязкости и упругости на основе экспериментального и теоретического исследования временной зависимости деформаций стержня под действием различных нагрузок.

Модель тонкого тела из вязкоупругого намагничивающегося композита

Рассмотрим модель движения цилиндрического стержня круглого сечения в плоскости (x, y) . Предполагается, что силы на поверхности стержня отсутствуют, стержень достаточно тонкий и несжимаемый, вязкость описывается моделью Фойхта. Принимается гипотеза плоских сечений, согласно которой плоские поперечные сечения в недеформированном стержне переходят в плоские поперечные сечения деформированного стержня, средняя линия стержня остается перпендикулярна этим сечениям. С учетом этих предположений система уравнений, описывающих динамику средней линии тонкого стержня в плоскости (x, y) , имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{P}}{dl} + \mathbf{K} &= \rho S_b \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t^2}, \quad \mathbf{r} = (x, y), \quad S_b = S_{b0} \frac{\partial l_0}{\partial l}, \\ \frac{dx}{dl} &= \cos \theta, \quad \frac{dy}{dl} = \sin \theta, \quad \boldsymbol{\tau} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial l}, \quad \mathbf{n} = [\mathbf{e}_z \times \boldsymbol{\tau}], \\ \frac{\partial l}{\partial l_0} &= \sqrt{\left(\frac{dx}{dl_0}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dl_0}\right)^2}, \quad \mathbf{P} = P_n \mathbf{n} + P_\tau \boldsymbol{\tau}, \quad (1) \\ P_{ij} &= p g_{ij} + 2\mu^{(e)} \varepsilon_{ij} + 2\eta \dot{\varepsilon}_{ij}, \\ P_n &= -\frac{\partial M_z}{\partial l} = -EJ \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial l^2}\right) - 3\eta J \left(\frac{d}{dt} \frac{\partial^2 \theta}{\partial l^2}\right), \\ P_t &= S_b \left[E \left(\frac{\partial l}{\partial l_0} - 1\right) + 3\eta \frac{d}{dt} \frac{\partial l}{\partial l_0} \right]. \end{aligned}$$

Здесь l_0 и $l(t)$ – длины средней линии стержня от ее левого конца до рассматриваемой точки (до некоторого сечения стержня) в недеформированном и деформированном состоянии (лагранжева координата недеформированного и деформированного стержня); $r(l, t) = (x(l, t), y(l, t))$ – радиус-вектор нейтрального волокна; $S_{b0} = \pi r_b^2$ – площадь поперечного сечения недеформированного тела, $S_b(l)$ – площадь поперечного сечения деформированного тела; $P(l)$ – упругая перерезывающая сила, действующая на поперечное сечение $S_b(l)$; $P_\tau = (P \cdot \tau)$; $\tau = \partial r / \partial l$; K – массовая сила, рассчитанная на единицу длины тела; $I = \pi r_b^4 / 4$ – момент инерции поперечного сечения тела; ρ – плотность композита, r_b – радиус сечения. Композит считается несжимаемым: $S_b dl = S_{b0} dl_0$.

На основе этой модели решены задачи о собственных продольных и поперечных колебаниях стержня с различными граничными условиями на концах стержня. На основе аналитических решений этих задач показано, что колебания с высокими частотами отсутствуют, при этом существует решение релаксационного типа, так же, как это наблюдается при распространении малых возмущений в вязкой жидкости. Предложена опытная методика определения коэффициентов модели по периодам и амплитудам поперечных колебаний сделанного с двух концов тела.

Численный расчет движения тела в бегущем магнитном поле

На основе предложенной модели исследовано движение тела цилиндрической формы с круглым сечением радиуса r_b из намагничивающегося композита, помещенного в цилиндрический канал диаметра d (рис. 1).

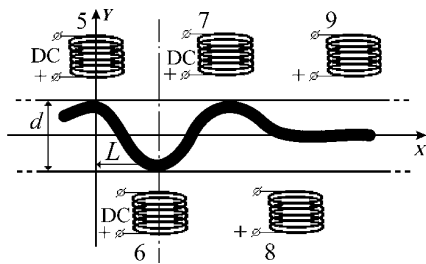


Рис. 1

Диаметр тела $d_b = 2r_b$ ($d > d_b$), длина тела L_b . При этом движение тонкого тела может быть описано системой уравнений (1) с начальными условиями $l(t = 0) = l_0, y(l_0, 0) = 0, x(l_0, 0) = l_0, 0 < l_0 < L_b$. Сила \mathbf{K} при этом связана с объемной магнитной силой $\mathbf{F}_m = M \nabla H$, силой трения тела о

стенки канала и силой тяжести и вычисляется следующим образом:

$$\mathbf{K} = \begin{cases} S_b \mathbf{F}_m + S_b \rho \mathbf{g}, & y \neq r_b, d - r_b, \\ S_b \mathbf{F}_m + \mathbf{F}_{fr} + S_b \rho \mathbf{g}, & y = r_b, d - r_b, \end{cases} \quad (2)$$

$$\mathbf{F}_{fr} = -k_{fr} N \mathbf{v} / |\mathbf{v}|,$$

$$N = -S_b F_{my} \Big|_{y=r_b, d-r_b} + S_b \rho g, \quad S_b dl = S_{b0} dl_0.$$

Магнитное поле в канале вычислялось как сумма полей отдельных катушек (использовалось безындукционное приближение $H \gg 4\pi M$), поле отдельной катушки рассчитано с учетом краевых эффектов вблизи сердечника с помощью численного пакета ANSYS. Намагниченность тела зависит от величины напряженности внешнего магнитного поля и вычисляется по формуле Ланжевена: $M = M_s L(\xi), L(\xi) = \text{cth}(\xi) - 1/\xi, \xi = M_s H / (nkT), M_s = \text{const}$ (намагниченность насыщения композита).

Написана программа численного расчета, которая протестирована на задачах о собственных колебаниях. Проведены расчеты движения тела, построены зависимости скорости тела от частоты переключения поля при различных значениях модуля Юнга и остальных фиксированных параметров задачи (рис. 2). Обнаружено два локальных максимума скорости и минимум между ними. С ростом модуля Юнга положение второго максимума сдвигается к меньшим частотам, а величина локального минимума уменьшается до нуля.

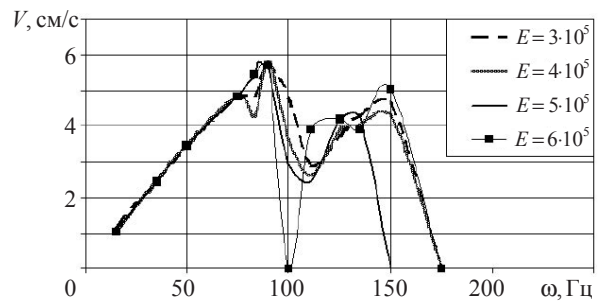


Рис. 2

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 10-01-91333 ННИО, 10-01-90001).

Список литературы

- Zimmermann K. et al. Deformable magnetizable worm in a magnetic field - a prototype of mobile crawling robots // J. Magnetism and Magnetic Materials. 2007. Vol. 311, No 1. P. 450–453.
- Zimmermann K. et al. Calculation of a magnetizable worm deformation in a magnetic field // Magnetohydrodynamics. 2008. Vol. 44, No 2. P. 143–149.
- Naletova V.A. et al. Dynamics of a prolate magne-

tizable elastic body in a cylindrical channel // In: 7th September 7-11, 2009. Instituto Superior Tecnico, Lisbon, EUROMECH Solid Mechanics Conference (ESMC2009). Portugal. P. 124.

**THE INFLUENCE OF YOUNG MODULUS ON THE MOTION OF A THIN BODY OF VISCOELASTIC
MAGNETIZABLE MATERIAL IN A NON-UNIFORM MAGNETIC FIELD. NUMERICAL CALCULATION**

S.A. Kalmykov

The dynamic model of a thin body of a viscoelastic magnetizable material is considered. Numerical calculations of the body motion in a vertical plane under the action of alternating magnetic field, gravity and friction were performed using this model. The calculation of magnetic field takes into account edge effects near the coil borders. The influence of Young's modulus on velocity of the body was studied for various frequencies of magnetic field.

Keywords: dynamics, thin body, viscoelastic magnetizable composite, alternating magnetic field.