УДК 532.542

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ДВУХФАЗНОЙ ГАЗОЖИДКОСТНОЙ СРЕДЫ В МЕТАНТЕНКЕ

Ю.В. Караева, Г.Р. Халитова

Исследовательский центр проблем энергетики Казанского научного центра РАН

julieenergy@list.ru

Поступила в редакцию 16.06.2011

Проводится исследование гидродинамики движения сбраживаемой массы на основании ее представления в виде двухфазной газожидкостной среды с реологически сложной несущей фазой, что позволяет более точно отразить структуру скоростных полей, от которых зависит качество процесса генерации биогаза.

Ключевые слова: газожидкостная двухфазная среда, гидродинамика, математическая модель, реология, анаэробный реактор, органический субстрат.

Предложенная математическая модель основывается на системе уравнений механики сплошных гетерогенных сред. Описание движения в этом случае базируется на гипотезе многоскоростного континуума, что предполагает выполнение следующих двух основных допущений: размеры включений в смеси, а именно, диаметры газовых пузырьков, много больше молекулярно-кинетических и много меньше расстояний, на которых осредненные или макроскопические параметры смеси или фаз меняются существенно [1]. В ходе образования биогаза происходит следующее: установленная в цилиндрическом корпусе реактора мешалка периодически осуществляет перемешивание газожидкостной системы, при этом потоку системы придается вращательно-поступательный характер движения; во время паузы в перемешивании происходит нестационарный процесс установления скоростных и концентрационных полей.

При построении математической модели движения такой среды приняты следующие допущения:

1) движение двухфазной газожидкостной среды ламинарное, нестационарное, осесимметричное, изотермическое;

2) несущая фаза представляет собой реологически сложную несжимаемую среду;

3) дисперсная фаза представляет собой пузырьки идеального газа с ярко выраженным преобладающим размером. При этом можно пренебречь энергией и другими эффектами хаотического и внутреннего движений дисперсных частиц – газовых пузырьков, а также можно пренебречь непосредственным взаимодействием и столкновениями частиц. Кроме того, отсутствуют процессы дробления, слипания и коагуляции часстиц;

4) принимается гипотеза равенства давления в фазах.

Реологическое уравнение состояния несущей фазы описывается с помощью уравнения обобщенной ньютоновской жидкости.

$$\mathbf{T} = -P\mathbf{I} + 2\mu(I_2)\mathbf{D}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{T}$ – тензор напряжений; P – давление; $\mathbf{I}$ – единичный тензор; $\mu(I_2)$ – эффективная вязкость; I_2 – второй инвариант тензора скоростей деформаций $\mathbf{D} = (\mathrm{grad}\,\mathbf{v} + \mathrm{grad}\,\mathbf{v}^{\mathrm{T}})/2$; $\mathbf{v}$ – вектор скорости; индекс Т – символ транспонирования.

Уравнения механики гетерогенных сред в данном случае имеют вид, представленный ниже. Уравнения сохранения масс для фаз запишутся следующим образом:

$$\begin{gathered}\frac{\partial}{\partial t}\rho_1\alpha_1 + \mathrm{div}(\rho_2\alpha_2\mathbf{v}_1) = -j_{1-2};\\ \frac{\partial}{\partial t}\rho_2\alpha_2 + \mathrm{div}(\rho_2\alpha_2\mathbf{v}_2) = -j_{2-1};\\ \alpha_1 + \alpha_2 = 1,\end{gathered} \qquad (2)$$

где ρ_1, ρ_2 – истинные плотности жидкой и газовой фаз; $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ – векторы скорости жидкой и газовой фаз; α_1, α_2 – объемные концентрации жидкой и газовой фаз; j_{1-2} – интенсивность перехода массы из жидкой в газовую фазу; j_{2-1} – интенсивность перехода массы из газовой в жидкую фазу. Уравнения движения для обеих фаз в самом общем виде можно записать как

$$\left(1+\frac{1}{2}\alpha_2+\frac{\alpha_1}{2}\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)\rho_1\alpha_1\frac{d_1\mathbf{v}_1}{dt}=$$

$$=\alpha_1\left(1+\frac{1}{2}\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)(\mathrm{div}\mathbf{T}_1+j_{1-2}(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2))-$$

$$-\mathbf{F}_{1-2}+\left(1+\frac{\alpha_1}{2}\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)\rho_1\alpha_1\mathbf{g}+\frac{\alpha_1}{2}\frac{\rho_1}{\rho_2}\rho_2\alpha_2\mathbf{g},$$

$$\left(1+\frac{1}{2}\alpha_2+\frac{\alpha_1}{2}\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)\rho_2\alpha_2\frac{d_2\mathbf{v}_2}{dt}=$$

$$=\frac{3}{2}(\mathrm{div}\mathbf{T}_1-j_{1-2}(\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2))+\mathbf{F}_{1-2}+$$

$$+\frac{1}{2}\rho_1\alpha_1\alpha_2\mathbf{g}+\rho_2\alpha_2\left(1+\frac{\alpha_2}{2}\right)\mathbf{g} \qquad (3)$$

в рассматриваемом случае ползущего режима движения несущей фазы, когда мелкомасштабное движение несущей фазы совпадает с ползущим или стоксовым течением вязкой несжимаемой жидкости. Приведенный тензор напряжений в несущей фазе имеет вид:

$$\mathbf{T}_1=-P\mathbf{I}+\frac{4}{3}\mu(I_{2s})(1+\alpha_2)\times$$

$$\times\left(\frac{d_2\alpha_2}{dt}-\alpha_2\mathrm{div}\mathbf{v}_2-\frac{3nj_{1-2}}{\rho_1}\right)\mathbf{I}+ \qquad (4)$$

$$+2\mu(I_{2s})\left[\mathbf{D_s}-\frac{1}{3}I_{1s}\mathbf{I}\right],$$

$$\mathbf{D}_s=\frac{1}{2}(\mathrm{grad}\mathbf{v}+\mathrm{grad}\mathbf{v}^T), \qquad (5)$$

$$\mathbf{v}=\alpha_1\mathbf{v}_1+\alpha_2\mathbf{v}_2,\quad I_{1s}=\mathrm{tr}\mathbf{D}_s,\quad I_{2s}=\frac{1}{2}\mathrm{tr}\mathbf{D}_s^2,$$

a – средний радиус газового пузырька; w_{1a}, w_{2a} – радиальные составляющие скорости несущей и дисперсной фаз на поверхности пузырька.

Рассмотрим силу межфазного взаимодействия $\mathbf{F}_{1-2}=\mathbf{F}$, которая складывается из следующих составляющих:

$$\mathbf{F}_{1-2}=\mathbf{F}=\mathbf{F}_A+\mathbf{F}_m+\mathbf{F}_\mu, \qquad (6)$$

где $\mathbf{F}_A$ – сила Архимеда; $\mathbf{F}_m$ – сила присоединенных масс из-за инерционных эффектов в мелкомасштабном движении с характерной скоростью $\mathbf{v}_1-\mathbf{v}_2$; $\mathbf{F}_\mu$ – сила трения из-за вязкости несущей фазы.

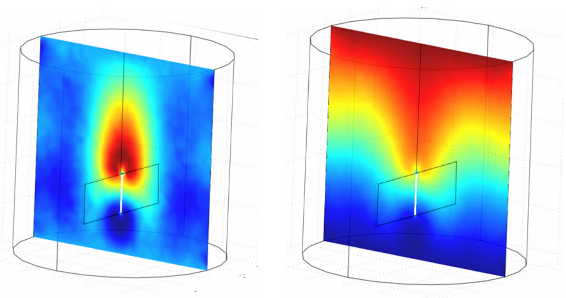
К системе уравнений необходимо добавить уравнение сохранения количества частиц:

$$\frac{d_2n}{dt}+n\,\mathrm{div}\,\mathbf{v}_2=0.$$

Учтем, что $\rho_1=\mathrm{const}$, несущая фаза является несжимаемой жидкостью, а также что $\rho_1/\rho_2 >> 1$, так как дисперсная среда – газ – имеет плотность, много меньшую плотности несущей фазы.

На границах геометрической области течения заданы граничные условия прилипания обеих фаз. Начальные распределения полей скоростей и концентраций получены с помощью решения соответствующей стационарной задачи работы перемешивающего устройства.

Задача решалась с использованием пакета прикладных программ COMSOL, в рамках которого было создано пользовательское приложение с учетом всех особенностей поставленной задачи. Численные расчеты проводились для ила сточных вод, представляющего неньютоновскую жидкость [2]. Рассматривалась мешалка прямоугольной формы. На рисунках представлено распределение продольной составляющей w вектора скорости несущей (рис. 1*а*) и газовой (рис. 1*б*) фаз после остановки работы мешалки в плоскости, перпендикулярной плоскости мешалки.



а) *б*)

Рис. 1

В результате численных расчетов получено распределение гидродинамических полей, определяющих характер движения двухфазной газожидкостной среды в период времени после прекращения работы мешалки и до следующего перемешивания.

Список литературы

1. Нигматуллин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. 464 с.

2. Marx J.J., Stallings R.B., Harrison D. Applying rheological techniques to upgrade anaerobic digesters and handle high solids concentrations // Water Environment Foundation. 2006. P. 393–406.

NUMERICAL INVESTIGATION OF THE MOVEMENT OF A LIQUID-GAS TWO-PHASE FLOW INSIDE AN ANAEROBIC DIGESTER

Yu. V. Karaeva, G.R. Khalitova

The present study is devoted to the investigation of hydrodynamics of sludge movement. The mathematical model and results of the numerical solution are presented. The sludge is considered to be a liquid-gas two-phase medium. The carrier phase of a liquid-gas two-phase medium is assumed to be a complex fluid.

Keywords: liquid-gas two-phase flow, hydrodynamics, mathematical model, rheology, anaerobic digester, sludge.