УДК 532.5.013.4

ОБ ОДНОНАПРАВЛЕННОМ ДВУХСЛОЙНОМ ТЕЧЕНИИ В УСЛОВИЯХ МИКРОГРАВИТАЦИИ

В.Б. Бекежанова, В.К. Андреев

Институт вычислительного моделирования СО РАН, Красноярск

bekezhanova@mail.ru

Поступила в редакцию 16.05.2011

Найдено точное решение уравнений движения, описывающее стационарное двухслойное течение. Изучены возможные режимы термокапиллярных течений. Проведено исследование их устойчивости в плоском слое при отсутствии силы тяжести. Согласно полученным результатам, имеется возможность управления течениями с поверхностью раздела и их устойчивостью с помощью внешних воздействий.

Ключевые слова: неизотермичные течения, поверхность раздела, неустойчивость.

1. Постановка задачи

Совместное стационарное течение двух вязких жидкостей в плоском слое описывается уравнениями Обербека – Буссинеска

$$\mathbf{v}_j\nabla\mathbf{v}_j+\nabla p_j/\rho_j=\nu_j\,\Delta\mathbf{v}_j-\mathbf{g}\beta_j\theta_j,\qquad \operatorname{div}\mathbf{v}_j=0,\quad \mathbf{v}_j\cdot\nabla\theta_j=\chi_j\,\Delta\theta_j. \tag{1.1}$$

Здесь j = 1 при $0 < x < h_1$, j = 2 при $-h_1 < x < 0$; $\mathbf{v}_j = (u_j, v_j, w_j)$ – вектор скорости j-й жидкости; p_j – отклонение давления от гидростатического; θ_j – температура; $\mathbf{g} = (-g,\ 0\ ,0)$ – ускорение силы тяжести; ρ_j, ν_j, χ_j – постоянные положительные плотность, кинематическая вязкость и температуропроводность соответственно.

Система (1.1) допускает решение типа Остроумова – Бириха [1, 2]:

$$\mathbf{v}_j=(0,0,w_j(x)),\quad \theta_j(x,z)= =F_j^1(x)z+F_j^2(x),\quad p_j(x,z). \tag{1.2}$$

Твердая стенка $x=-h_2$ неподвижна, а стенка $x=-h_1$ может двигаться с постоянной скоростью w_{10}. Для скоростей ставятся условия прилипания, а распределение температур на стенках предполагается линейным: $\theta_j = Az + T_{j0}$, A, T_{j0} – постоянные. На поверхности раздела x = 0 требуем выполнения обычных условий непрерывности температуры и теплового потока, скорости, нормальных и тангенциальных напряжений и кинематического условия. Вдоль границы действуют касательные силы, причем поверхностное натяжение линейно зависит от температуры: $\sigma(\theta)=\sigma^0-\kappa(\theta-\theta^0)$; $\sigma^0>0$, $\kappa>0$, θ^0 –постоянные. В качестве дополнительного условия задается расход жидкости m_1 в первом слое.

Решение Остроумова – Бириха описывает несколько классов течений, в том числе течение в условиях невесомости, когда $\mathbf{g}$ = 0. После подстановки (1.2) в поставленную краевую задачу получим, что поля температур и давлений в слоях являются линейными функциями по переменной z, скорости – квадратичными, и зависят от параметров задачи.

2. Возможные режимы течений

В безразмерных переменных задача характеризуется параметрами $\bar{a}$, ν, μ – это безразмерные градиент давления, кинематическая и динамическая вязкости, $\mathrm{Ma}=\kappa A h_1^2/\mu_2\nu_1$ – число Марангони, $\mathrm{Re} = w_{10}h_1/\nu_1$ – число Рейнольдса.

В данной системе течения в слоях возникают под действием перепада давлений, термокапиллярных сил и движения твердой стенки. Меняя параметры $\bar{a}$, Ma, Re, можно получать различные режимы течений [3].

Безразмерный градиент давления определяется по величине расхода m_1:

$$\bar{a}=\frac{3h[(h+2\mu)\,\mathrm{Re}-\mathrm{Ma}]-6h(\mu+h)m_1\nu_1^{-1}}{h^2+4\mu h+3\nu},\qquad h=\frac{h_1}{h_2}. \tag{2.1}$$

Далее потребуем условия замкнутости течения во втором слое, т.е. расход жидкости в нем равен 0. Тогда

$$\mathrm{Re}=\frac{\bar{a}(\mu\nu+3\mu h^2+4\nu h)}{3\mu h^2}+\frac{\mathrm{Ma}}{h}. \tag{2.2}$$

Если одновременно выполнены (2.1) и (2.2), то

$$\mathrm{Re}_* = \frac{1}{\mu h^2 + 2\nu h + \mu\nu} \times$$
$$\times \left[\frac{m_1(\mu\nu + 3\mu h^2 + 4\nu h)}{\nu_1} + \frac{\nu - h^2}{2}\mathrm{Ma} \right],$$
$$\bar{a}_* = \frac{3h^2}{2(\mu h^2 + 2\nu h + \mu\nu)} \left(\frac{2\mu m_1}{\nu_1} - \mathrm{Ma} \right).$$

Таким образом, задавая скорость движения стенки $x = h_1$ специальным образом ($w_{10} = \mathrm{Re}_* \times \times \nu_1/h_1$), можно добиться нулевого объемного расхода во втором слое (*режим 1*). Аналогично подбором градиента температуры A получаем $\bar{a}_* = 0$, и это равенство выполнено при $\mathrm{Ma} = = 2\mu m_1/\nu_1$ ($A = 2\mu_1 m_1/\kappa h_1^2$) и $\mathrm{Re}_* = 2m_1/\nu_1$ (*режим 2*). Если в исходной задаче сразу положить $\bar{a} = 0$ (движение только под действием термокапиллярных сил и твердой стенки), то при $\mathrm{Re} = \mathrm{Ma}/\mu$ второй слой остается в покое, $w_2 \equiv 0$, а в первом слое реализуется течение Куэтта с линейным профилем скорости (*режим 3*).

3. Устойчивость течений

Для поставленной задачи получены уравнения малых возмущений произвольных движений жидкости. На их основе исследована устойчивость всех указанных выше течений. Найдено асимптотическое поведение комплексного декремента в случае длинноволновых возмущений как для недеформируемой, так и для деформируемой поверхности раздела. Получены аналитические представления собственных функций в случае плоских возмущений. Численно решена полная спектральная задача, особенностью которой является ее несамосопряженность, приводящая к появлению колебательной неустойчивости. Для рассмотренных режимов получены следующие результаты:

Режим 1. Определены области, при которых кризис вызывается либо гидродинамической, либо тепловой модой. Неустойчивость гидродинамического типа связана с образованием неподвижных вихрей на границе встречных потоков. С уменьшением скорости движения стенки гидродинамическая мода стабилизируется. В случае тепловой моды неустойчивость может иметь как колебательный, так и монотонный характер. Но наиболее опасной является монотонная мода.

Режим 2. Кризис течений вызван тепловыми монотонными или колебательными волнами. Тип наиболее опасных возмущений зависит от величины отношения толщин слоев.

Режим 3. Имеет место неустойчивость, связанная с развитием монотонных (стоячих) тепловых или колебательных (бегущих) гидротепловых волн. В зависимости от толщин слоев возможна как стабилизация, так и дестабилизация режима. При этом характеристики устойчивости не зависят от направления движения стенки.

Работа выполнена при поддержке СО РАН, гранты № 65, 116.

Список литературы

1. Остроумов Г.А. Свободная конвекция в условиях внутренней задачи. М.: Госуд. изд-во технико-теоретич. лит-ры, 1952. 256 с.
2. Бирих Р.В. // ПМТФ. 1966. № 3. С. 69–72.
3. Андреев В.К. Решение Бириха уравнений конвекции и некоторые его обобщения. Препринт №1–10. Красноярск: ИВМ СО РАН, 2010. 68 с.

ON A UNIDIRECTIONAL TWO-LAYER FLOW IN THE CONDITIONS OF MICROGRAVITY

V.B. Bekezhanova, V.K. Andreev

The exact solution of motion equations describing stationary two-layer flow is obtained. Possible regimes of the thermocapillary flows are studied. The investigation of their stability in a plane layer in zero-gravity conditions is done. It is found that flows with interfaces as well as their stability can be controlled using outer effects.

Keywords: non-isothermal flows, interface, instability.