

УДК 532.543.5

РАСЧЕТ ДВИЖЕНИЯ БИМОДАЛЬНОЙ СМЕСИ СФЕРИЧЕСКИХ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ В ПОТОКЕ НЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ В ВЕРТИКАЛЬНОЙ И ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ТРУБАХ

© 2011 г.

А.С. Кондратьев

Московский государственный открытый университет

ask41@mail.ru

Поступила в редакцию 16.06.2011

При движении двухфазного потока учитывалось воздействие на твердые частицы сил давления, веса, сил Архимеда, Магнуса, Сафмана, сил термофореза и гидродинамического сопротивления, а также ударное взаимодействие твердых частиц между собой и стесненность потока жидкости в межчастичном пространстве. Распределение объемной концентрации твердых частиц определялось процессом их диффузии и скоростью перемещения частиц в поперечном направлении потока под действием вышеуказанных сил. Коэффициенты диффузии твердых частиц в жидкости определялись как произведение известного коэффициента диффузии жидкости на отношение усредненного квадрата пульсационной скорости твердой частицы к усредненному квадрату пульсационной скорости жидкости. Пульсационные колебания жидкости представлялись в виде синусоидальных колебаний. При расчете движения взвесенесущего потока в вертикальных трубах принималось, что течение обладает осевой симметрией. При расчете течения в горизонтальных трубах принималось, что течение обладает симметрией в вертикальной диаметральной плоскости, а величина объемной концентрации твердой фазы постоянна в горизонтальном сечении. Течение потока в круглой горизонтальной трубе представляется в виде суперпозиции слоев плоских течений, проведенных в вертикальной плоскости при расчете распределения частиц твердой фазы по вертикальному диаметральному сечению трубы, или в виде суперпозиции слоев плоских течений, проведенных в горизонтальной плоскости при расчете объемного расхода жидкой и твердой фаз. В рамках модели Прандтля предложено выражение для касательного трения во взвесенесущем потоке в виде суммы сил трения, возникающих в жидкости при ее движении и при перемещении в ней твердых частиц.

Ключевые слова: бимодальная смесь, твердые частицы, ньютоновская жидкость, совместное движение, вертикальные и горизонтальные трубы.

При движении двухфазного потока в вертикальных трубах имеет место осевая симметрия. Если поток направлен вверх, то на частицы действуют сила давления F_p и сила Архимеда F_A , направленные вверх, и сила тяжести F_g , направленная вниз. В поперечном, горизонтальном направлении на движущиеся частицы действуют сила Магнуса F_M , сила Сафмана F_S и сила термофореза, определяемая турбулентной миграцией твердых частиц F_{if} [1]. В бимодальной смеси частиц, движущихся с различными скоростями, контактное взаимодействие между частицами учитывалось исходя из условия, что при ударе выполняется равенство импульса сил взаимодействия вследствие того, что при нестационарном движении в жидкости вместо истинной массы частиц используют приведенную массу. В [2, 3] получены выражения разности скорости стесненного движения и соударения твердых частиц (U_p) и жидкости (U_f),

которые обобщены на рассматриваемый случай. Исходя из представлений о том, что турбулентные пульсации могут быть представлены в виде суперпозиции синусоидальных колебаний [4], определена связь между пульсационными скоростями частиц и жидкости.

В рамках модели Прандтля получено выражение для касательного трения (τ) во взвесенесущем потоке в виде суммы сил трения, возникающих в жидкости при ее движении, и сил трения, которые возникают в жидкости при перемещении в ней твердых частиц, в следующем виде:

$$\tau = \rho_f [v_f (dU_f / dy)]^2 \{1 - \varphi + (\rho_p / \rho_f) f^2 [(k_{p1})^2 \varphi_1 + (k_{p2})^2 \varphi_2]\},$$

где $d(U_f)/dy$ – градиент скорости жидкости при стесненном обтекании твердых частиц; y – расстояние от поверхности; φ_1 и φ_2 – объемная кон-

центрация сферических частиц первого и второго видов; ρ_p и ρ_f – плотности твердых частиц и жидкости; f – коэффициент стесненности потока жидкости в межчастичном пространстве; l_f – длина пути смешения жидкости в круглой трубе; k_{p1} и $k_{p2} \leq 1$ – отношение усредненного квадрата пульсационной скорости твердой частицы первого или второго видов к усредненному квадрату пульсационной скорости жидкости [5].

Распределение объемной концентрации твердой фазы в поперечном направлении определяется уравнением диффузии [6] для каждого из видов частиц, в которые входят скорости поперечного движения твердых частиц и коэффициенты диффузии. Коэффициенты диффузии твердых частиц определялись как произведение известного коэффициента турбулентной диффузии жидкости [7] на отношение усредненного квадрата пульсационной скорости твердой частицы первого или второго видов к усредненному квадрату пульсационной скорости жидкости [5]. Скорость движения твердых частиц i -го вида в поперечном направлении определяется из условия, что в поперечном направлении к оси потока на частицы действуют силы Магнуса F_M и Сафмана F_S , противоположно направленные, сила турбофореза $F_{\text{тф}}$ и сила гидродинамического трения. Получено выражение для поперечной скорости движения частиц, направленной от стенки трубы к оси, с учетом процесса диффузии частиц. Проведенные расчеты показали, например, что при движении в воде сферических частиц с отношением плотностей твердого материала и жидкости, равным 3, динамической скорости 5 м/с, радиусе трубопровода 0.1 м и частоте турбулентных пульсаций $\omega = 10 \text{ с}^{-1}$, частицы размером до 0.1 мм практически равномерно распределяются по сечению трубы. Частицы размером 1 мм имеют четко выраженный максимум на оси потока. Их концентрация становится близкой к нулю на расстоянии около 6 мм от стенки. Частицы размером 10 мм перемещаются преимущественно в приосевой зоне взвесенесущего потока. Их концентрация становится близкой к нулю на расстоянии около 5 см от стенки.

В случае если движение взвесенесущего потока направлено вниз, то силы давления и тяжести F_p, F_g направлены вниз, а сила Архимеда F_A – вверх, и этом случае частицы опережают жидкость. Направление поперечной скорости движения частиц изменится на противоположное, а именно, от оси потока к стенке. Частицы, находящиеся на расстоянии собственного радиуса от поверхности трубы, перемещаются вдоль нее с качением под действием сил F_M, F_S и $F_{\text{тф}}$, а уравнение баланса силы

давления и суммы сил трения записывается с учетом трения качения твердых частиц о поверхность трубы.

Движение взвесенесущего потока монодисперсных твердых частиц в горизонтальной трубе симметрично относительно диаметральной вертикальной плоскости. В горизонтальном трубопроводе в направлении течения на частицы действует сила давления F_p , которая уравнивается силой гидродинамического сопротивления $F_{\text{гд}}$.

Течение потока в круглой трубе представляется в виде суперпозиции слоев плоских течений, проведенных в вертикальной или горизонтальных плоскостях [8]. При исследовании движения слоя плоского взвесенесущего потока в вертикальной диаметральной плоскости определяется распределение объемной концентрации твердой фазы по вертикальному диаметру трубы и величины скоростей жидкости и твердых частиц в этом сечении, которые будут максимальными для каждого горизонтального сечения. Как показывают опытные данные [9, 10], концентрация твердой фазы близка к постоянному значению для каждого горизонтального сечения. С учетом этого определяются профили скоростей жидкой и твердой фаз в горизонтальных слоях плоских течений. При горизонтальном движении динамическая ось потока или координата места максимума скорости жидкости, отсчитываемая от нижней образующей трубы, находится на некотором расстоянии $h_d > R$. В области течения $0 < y < h_d$ на твердые частицы действуют силы Магнуса F_M , Сафмана F_S и Архимеда F_A , направленные вверх, и силы тяжести F_g и турбофореза $F_{\text{тф}}$, направленные вниз. Для распределения напряжения трения во взвесенесущем потоке получено выражение, подобное приведенному выше. Распределение концентрации твердой фазы в вертикальной диаметральной плоскости определялось со значением длины пути смешения для плоского канала. Учитывалось также, что поперечная скорость частиц возникает за счет действия сил F_M, F_S, F_A, F_g и $F_{\text{тф}}$ и силы гидродинамического трения. При движении частиц от стенки трубы в направлении к оси навстречу ему перемещается такой поток частиц за счет диффузии, вследствие чего средняя скорость жидкости в поперечном направлении равна нулю. Аналогично рассматривается движение взвесенесущего потока в области $h_d \leq y \leq 2R$, где совпадают направления сил F_M, F_S и F_g , а силы $F_{\text{тф}}$ и F_A направлены противоположно. Направление диффузионного потока также меняется на обратное по сравнению с областью $0 < y < h_d$. Расчет распределения скоростей жидкости и твердых частиц в горизонтальных сечениях проводится с использованием

определенных выше значений концентрации твердой фазы и скоростей жидкой и твердой фаз в вертикальном диаметральной сечении, которые являются максимальными значениями для данного горизонтального сечения.

Список литературы

1. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
2. Кондратьев А.С. // Проблемы аксиоматики в гидрогазодинамике. М.: Спутник +, 2008. Вып. 17. С. 38–52.
3. Кондратьев А.С., Наумова Е.А. // Теорет. основы хим. технологии. 2006. Т. 40, №4. С. 417–422.

4. Кондратьев А.С. // Проблемы аксиоматики в гидрогазодинамике. М.: Спутник +, 2008. Вып. 17. С. 27–37.
5. Cerbelli S., Giusti A., Soldati A. // Intern. J. Multiphase Flow. 2001. V. 27. P. 1861–1879.
6. Zenit R., Hunt M.L. // Intern. J. Multiphase Flow. 2000. V. 26. P. 763–781.
7. Фортъе А. Механика суспензий. М.: Мир, 1971. 264 с.
8. Кондратьев А.С. // Теорет. основы хим. технологии. 2009. Т. 43, №4. С. 459–465.
9. Криль С.И. Напорные взвесенесущие потоки. Киев: Наук. думка, 1990. 160 с.
10. Norman J.T., Navak H.V., Bonnecaze R.T. // Jour. Fluid Mech. 2005. V. 523. P. 1–35.

CALCULATION OF MOTION OF BIMODAL MIXTURE OF SPHERICAL SOLID PARTICLES IN THE STREAM OF NEWTONIAN LIQUID IN A VERTICAL AND HORIZONTAL PIPES

A.S. Kondratev

For a moving two-phase stream, the effect of forces of pressure, weight, Archimedes, Magnus, Saffman, termoforez and hydrodynamic resistance and also shock interaction of solid particles between themselves and tightness of the liquid flow in the inter-particle space on solid particles was considered. Distribution of volume concentration of solid particles was determined by the process of their diffusion and speed of the moving particles in transversal streamline under the action of the above forces. The coefficients of diffusion of solid particles in the liquid were determined as the product of the known diffusion coefficient of the liquid and the ratio of the average square of pulsation speed of solid particle to the average square of pulsation speed of the liquid. The pulsation vibrations of liquid were represented as sine-wave vibrations. In the analysis of the motion of a two-phase flow in vertical pipes it was assumed that the flow possesses axial symmetry. In the analysis of the flow in the horizontal pipes, it was assumed that the flow possesses symmetry in the vertical diametrical plane and the size of volume concentration of solid particles is constant in a horizontal section. The flow in a round horizontal pipe is represented as a superposition of layers of flat flows in the vertical plane in the analysis of distribution of the particles of hard phase on the vertical diametrical section of the pipe or as a superposition of the layers of flat flows in the horizontal plane in the calculation of the volume consumption of the liquid and solid phases. In the frame of Prandtl model, an expression is presented for a tangent friction in a two-phase flow as a sum of forces of friction arising in a moving liquid, and forces of friction which arise in a moving of solid particles inside the liquid.

Keywords: bimodal mixture, solid particles, Newtonian liquid, joint motion, vertical and horizontal pipes.