

УДК 532.5.296:534.12

ДИНАМИКА УПРУГОГО ТЕЛА ПОД ДЕЙСТВИЕМ НАГРУЗКИ, ХАРАКТЕРНОЙ ДЛЯ УДАРА СТРУИ ЖИДКОСТИ

© 2011 г.

В.Г. Малахов, Н.А. Хисматуллина

Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН

nailya_hism@mail.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Изучается динамика линейно-упругого полупространства под действием неравномерного давления, приложенного к малой площадке его граничной плоскости. При выборе профиля давления за основу взято решение задачи об ударе высокоскоростной капли по недеформируемой стенке. Показано, что наибольшие напряжения в теле могут возникать как на граничной плоскости, так и на удалении от нее на расстояние порядка линейного размера области приложения нагрузки.

Ключевые слова: кавитационное разрушение, кавитационная эрозия, численное моделирование гидроупругого взаимодействия, ударное воздействие струи.

Введение

Цель настоящей работы – исследование напряженного состояния упругого тела при ударе струи жидкости по его граничной поверхности. В [1] приведено решение задачи о силовом воздействии струи на линейно-упругое полупространство при осевой симметрии. Движение жидкости описывалось моделью линейной акустики. Однако такая модель линейной акустики не учитывает растекание жидкости по поверхности тела, и поэтому давление на поверхность тела определялось с погрешностью, увеличивающейся со временем по мере искажения первоначально цилиндрической формы струи.

В [2] приведено решение задачи удара высокоскоростной капли с учетом растекания жидкости, но по недеформируемой граничной поверхности полупространства.

Следует отметить, что задача об ударе струи жидкости по деформируемой поверхности в случае использования уравнений динамики жидкости весьма сложна. Поэтому возникает вопрос об оценке напряженного состояния в упругом теле при характерном давлении, оказываемом струей на его поверхность.

В настоящем исследовании рассмотрены задачи динамики упругого полупространства при мгновенно приложенном к его границе и далее не меняющемся по времени давлению. При задании распределения давления по радиальной координате за основу взяты законы, приведенные в [2].

Постановка задачи

Динамика линейно-упругого изотропного тела описывается уравнениями [3]:

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\phi}{r}, \\ \rho \frac{\partial v}{\partial t} &= \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r}, \\ \frac{\partial \sigma_r}{\partial t} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial r} + \lambda \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{u}{r} \right), \\ \rho \frac{\partial \sigma_z}{\partial t} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v}{\partial z} + \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right), \\ \frac{\partial \sigma_\phi}{\partial t} &= \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) + (\lambda + 2\mu) \frac{u}{r}, \\ \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial t} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \right).\end{aligned}$$

Здесь t – время; u , v – радиальная и осевая компоненты скорости; σ_r , σ_z , σ_ϕ – нормальные напряжения вдоль соответствующих осей; τ_{rz} – касательное напряжение на площадках с нормальми по осям r или z ; ρ – плотность материала тела; λ , μ – коэффициенты Ламе.

На оси $r = 0$ ставятся условия симметрии $u = 0$, $\tau_{rz} = 0$, на граничной плоскости $z = 0$ – статические граничные условия $\tau_{rz} = 0$, $\sigma_z = -p$, где $p = p(r)$ – давление на границу полупространства. Считается, что в начальный момент времени деформации в радиальном и окружном направлениях отсутствуют. При этом в упругой среде ре-

ализуется статическое напряженное состояние

$$\sigma_z^0 = -p_0, \quad \sigma_r^0 = \sigma_\phi^0 = -\lambda(\lambda + 2\mu)p_0,$$

$$\tau_{rz}^0 = 0, \quad u^0 = v^0 = 0,$$

где p_0 – давление на граничную плоскость в начальный момент времени.

Задача решается численно методом Годунова первого порядка точности. При этом упругое полупространство моделируется прямым круговым цилиндром с линейными размерами, существенно большими размеров круговой площадки, по которой приложено давление. На введенных таким образом искусственных границах расчетной области ставятся неотражающие граничные условия [4].

Результаты расчетов

Взяты следующие данные: $\rho = 8 \cdot 10^3$ кг/м³, $c_1 = 5742.9$ м/с, $c_2 = 3069.7$ м/с, $p_0 = 0.1$ МПа, $R = 20$ мкм; R – радиус кольцевой площадки; c_1, c_2 – скорости звука в продольном и поперечном направлениях. При расчетах использовались два профиля давления при $r < R$: $p(r) = p_*$ (плоский профиль) и $p(r) = 0.25p_*(6r^3/R^3 + 1)$ (кубическая парабола). Здесь p_* – параметр, имеющий размерность давления.

Результаты расчетов в виде распределений максимальных по времени значений интенсивности напряжений σ_i представлены на рис. 1 (а – вдоль оси симметрии, б – в приповерхностном слое вдоль радиальной координаты). Кривые 1 получены для нагрузки с плоским профилем, 2 – для кубической параболы. Точками отмечены значения σ_i в точке $r = 0$.

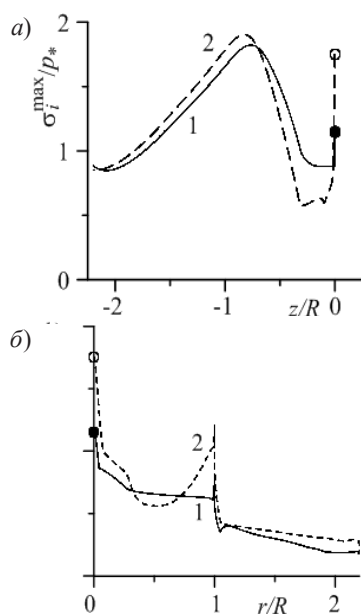


Рис. 1

Поля максимальных по времени значений интенсивности напряжений для нагрузки с плоским профилем (а) и кубической параболы (б) представлены на рис. 2.

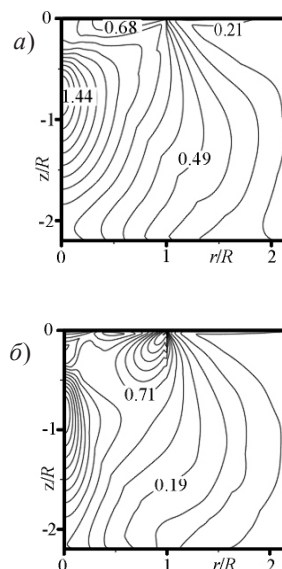


Рис. 2

Видно, что в случае как плоского профиля, так и кубической параболы локальный максимум интенсивности напряжений наблюдается в теле на оси симметрии на удалении от поверхности тела на расстояние $0.75R - 0.8R$. Второй локальный максимум достигается вблизи граничной поверхности на линии разрыва профиля нагрузки. Для обоих максимумов σ_i доминирующими являются осевые напряжения. Резкий рост величины σ_i наблюдается также в окрестности точки $r = 0, z = 0$, этот рост обусловлен преобладанием радиальных напряжений σ_r .

Таким образом, показано, что для обоих рассмотренных профилей нагрузки наибольшие напряжения в теле могут возникать как на поверхности тела, так и на удалении от нее порядка радиуса круговой области нагружения. В обоих случаях качественные картины полей напряжений являются близкими, имеются лишь количественные различия.

Работа выполнена в рамках Программы РАН и при поддержке РФФИ.

Список литературы

1. Аганин А.А., Малахов В.Г., Халитова Т.Ф., Хисматуллина Н.А. // Проблемы нелинейной механики деформируемого твердого тела: Труды Второй междунар. конф. Казань, 8–11 декабря 2009 г. Казань: Казан. гос. ун-т, 2009. С. 20–24.
2. Haller K.K. et al. // J. App. Phys. 2002. V. 92, No 5. P. 2821–2828.

3. Чебан В.Г., Навал И.К., Сабодаш П.Ф., Черденченко Р.А. Численные методы решения динамических задач упругости. Кишинев: Штиинца, 1976. 225 с.

4. Ильгамов М.А., Гильманов А.Н. Неотражающие условия на границах расчетной области. М.: Наука. Физматлит, 2003. 240 с.

DYNAMICS OF AN ELASTIC BODY UNDER THE LOADING TYPICAL OF A LIQUID JET IMPACT

V.G. Malakhov, N.A. Khismatullina

Dynamics of linearly elastic semi-space under the action of non-uniform pressure applied to a small area of its boundary surface is considered. The pressure profile is chosen on the basis of the solution of the problem of high-velocity droplet impact on a rigid substrate. It has been shown that most stressed domains in the body can arise on its surface as well as inside the body at a distance from the body surface by about linear scale of the loaded domain.

Keywords: cavitation destruction, cavitation erosion, numerical simulation of hydro-elastic interaction, jet impact.