

УДК 539.3

ЭФФЕКТЫ УПРУГОСТИ, ПЛАСТИЧНОСТИ И ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ В ЗАДАЧАХ СТАТИЧЕСКОГО И ДИНАМИЧЕСКОГО ИЗГИБА ПЛАСТИН

© 2011 г.

С.Л. Осетров, В.К. Ломунов

НИИ механики Нижегородского госуниверситета им. Н.И. Лобачевского

osetrob@mail.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Исследованы нелинейные эффекты динамического и квазистатического изгиба пластин с использованием упругопластической и жесткопластической моделей деформирования в геометрически линейной и нелинейной постановках. Решение задач изгиба осуществлялось численным методом на основе модели теории оболочек типа Тимошенко. В результате сравнительного анализа показано, что жесткопластическая модель при классической геометрически линейной постановке неприменима для оценки максимальных прогибов упругопластических пластин. Определены границы применимости жесткопластической модели при небольших прогибах шарнирно опертых круглых пластин.

Ключевые слова: численное моделирование, изгиб, пластина, применимость, жесткопластическая модель, упругопластическая модель, геометрически линейная постановка, геометрически нелинейная постановка, предельные состояния.

Исследованию статических и динамических процессов деформирования и предельных состояний тонкостенных конструкций (балки, пластины и оболочки) с использованием жесткопластических моделей посвящены многие работы [1–5]. Однако вопросы применимости жесткопластических моделей при расчете металлических конструкций, обладающих в реальности упругопластическими свойствами, мало изучены.

Рассмотрим задачи квазистатического и динамического изгиба толстой и тонкой круглых пластин, закрепленных по контуру с помощью неподвижной и подвижной шарнирной опоры.

Применяемый численный метод прошел многолетнюю верификацию на широком классе задач статики и динамики пластин и оболочек [6, 7]. Геометрические характеристики пластин: радиус $R = 1$ м, толщины $h_1 = 0.2$ м и $h_2 = 0.04$ м. При упругопластической постановке задачи модуль Юнга принимался $E = 2.1 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуансона $\nu = 0.3$, при жесткопластической постановке модуль Юнга увеличивался в 1000 раз. При моделировании идеальной пластичности задавалось малое линейное упрочнение.

Заметим, что при отсутствии упругого участка и упрочнения разрешающая система уравнений теряет свойство гиперболичности, и численная схема счета становится неустойчивой.

Квазистатический изгиб пластины

На рис. 1 показаны относительные отличия максимальных прогибов пластины толщиной $h_1 = 0.04$ м с неподвижной опорой, полученных с использованием жесткопластической модели в геометрически нелинейной постановке (на рисунках кривая обозначена Ж.П.Н.) и упругопластической модели в геометрически линейной постановке (У.П.Л.) от прогибов, полученных с использованием упругопластической модели в геометрически нелинейной постановке.

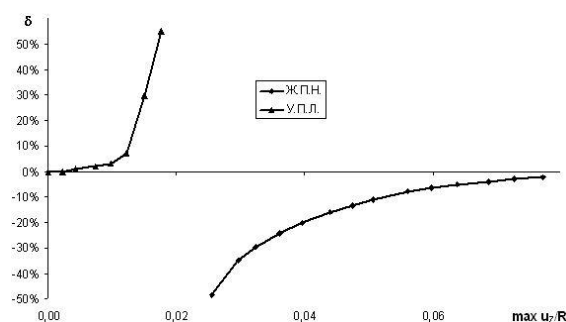


Рис. 1

Как видно из рисунка, до прогибов, равных 0.025 радиуса пластины, решение возможно получить только с учетом упругих свойств материала, но при этом проявляются существенные различия

между линейной и нелинейной постановкой – отличие становится более 10% при прогибах более 0.012 радиуса пластины. При прогибах более 0.025 радиуса пластины жесткопластическое решение в нелинейной постановке начинает сближаться с упругопластическим, и отличие составляет менее 10% при прогибах более 0.05 радиуса пластины.

Аналогичные исследования проводились для пластины с подвижной опорой и пластины толщиной $h_2 = 0.2$ м в случае неподвижной и подвижной опоры. Решения задач изгиба пластин качественно мало отличаются от представленного выше решения.

Также проводился анализ предельных нагрузок при квазистатическом изгибе пластины толщиной $h_1 = 0.2$ м с неподвижной и подвижной опорой в различных постановках. Жесткопластическая модель в линейной постановке дает такое значение «предельной» нагрузки (0.065 от предела текучести), при превышении которой происходит непропорционально большой рост прогибов. При решении задачи в геометрически нелинейной постановке нагрузки достигают максимального значения при прогибах 0.57 радиуса пластины с неподвижной опорой (0.25 от предела текучести) и 0.65 радиуса пластины с подвижной опорой (0.4 от предела текучести).

Динамический изгиб пластины

На рис. 2 показаны относительные отличия максимальных прогибов пластины толщиной $h_1 = 0.04$ м с неподвижной опорой.

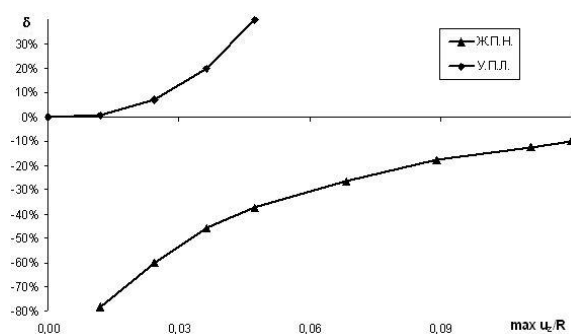


Рис. 2

Из рисунка видно, что при малых прогибах жесткопластическое решение существенно отличается от упругопластического из-за неучета упругих свойств материала. В дальнейшем результаты начинают сближаться. Различия между жесткопластическим решением и упругопластическим становится менее 10% при прогибах более 0.12 радиуса пластины. При этом начинают про-

являться существенные различия между линейной и нелинейной постановкой. Отличие составляет более 10% при прогибах более 0.03 радиуса пластины.

Аналогичные исследования проводились для подвижной опоры и для пластины толщиной $h_2 = 0.2$ м в случае подвижной и неподвижной опоры. Решения задач изгиба пластин качественно мало отличаются от представленного выше решения.

Заключение

На основе проведенных исследований можно сделать вывод, что жесткопластический анализ неприменим для оценки прогибов упругопластических пластин в рамках классической геометрически линейной теории. Применение его в геометрически нелинейной постановке обосновано только при немалых прогибах, например, в технологических операциях импульсной обработки тонкостенных заготовок давлением. Погрешности жесткопластического анализа прогибов уменьшаются с увеличением толщины пластины, но модель Кирхгофа–Лява применима только для пластин, толщина которых на порядок меньше диаметра. Применение жесткопластического анализа оправдано при квазистатическом нагружении для грубой оценки величины «безопасной» нагрузки пластин, так как прогибы, соответствующие этой нагрузке, не превышают 1-2% от диаметра пластин. Действительная предельная нагрузка в разы отличается от найденной по жесткопластической линейной модели вследствие неучета геометрически нелинейных эффектов.

Работа выполнена под руководством д.ф.-м.н., проф. В.Г. Баженова.

Работа выполнялась в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы, при поддержке грантом Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (проект НШ-4807.2010.8), а также при поддержке РФФИ (проект 08-01-00500-а).

Список литературы

1. Гопкинс Х., Прагер В. // Механика. 1955. Вып. 3. С. 112–122.
2. Гвоздев А.А. Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия. М.: Стройиздат, 1949. 280 с.
3. Ерхов М.И. Теория идеальнопластических сред и конструкций. М.: Наука, 1978. 352 с.
4. Комаров К.Л., Немировский Ю.В. Динамика жесткопластических элементов конструкций. Новосибирск: Наука, СО РАН, 1984. 234 с.

5. Немировский Ю.В., Романова Т.П. Динамическое сопротивление плоских пластических преград. Новосибирск: Гео, 2009. 311 с.

6. Баженов В.Г., Ломунов В.К. // Прикл. проблемы прочности и пластичности: Всесоюз. межвуз. сб. /

Горьков. ун-т. 1975. Вып. 2. С. 44–50.

7. Баженов В.Г., Ломунов В.К. // Прикл. проблемы прочности и пластичности. Статика и динамика деформируемых систем: Всесоюз. межвуз. сб. / Горьков. ун-т. 1983. С. 55–63.

ELASTICITY, PLASTICITY AND GEOMETRIC NONLINEARITY EFFECTS IN THE PROBLEMS OF STATIC AND DYNAMIC BENDING OF PLATES

S.L. Osetrov, V.K. Lomunov

Nonlinear effects of the dynamic and quasi-static bending of plates are investigated using elastoplastic and rigid-plastic models of deformation in geometrically linear and nonlinear formulations. The problem of bending is solved using a numerical method based on the model of Timoshenko-type theory of shells. Comparative analysis shows that the rigid-plastic model in its classical geometrically linear formulation cannot be used for evaluating maximum deflections of elastoplastic plates. The scope of the applicability of the rigid-plastic model is assessed for moderate deflections of hinged circular plates.

Keywords: numerical modeling, bending, plate, applicability, rigid-plastic model, elastoplastic model, geometrically linear formulation, geometrically nonlinear formulation, ultimate states.