

УДК 519.6+539.3+539.4

О РАЗВИТИИ ДЕФЕКТА В НАГРУЖЕННОМ ТОЛСТОСТЕННОМ ПОЛОМ ЦИЛИНДРЕ. КОНЕЧНЫЕ ДЕФОРМАЦИИ

© 2011 г.

К.А. Петровский

Тулский госуниверситет

augus2s@rambler.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Рассматривается задача о поведении сферической полости (каверны) в толстостенном цилиндре. Для постановки задачи используется теория многократного наложения больших деформаций. Для реализации модели модифицирован программный модуль CAE Fidesys.

Ключевые слова: развитие дефекта, наложение больших деформаций, каверна, метод конечных элементов.

Математическая постановка задачи

Уравнения равновесия (с учетом наложения больших деформаций) [4]:

– до образования дефекта

$$\overset{1}{\nabla} \cdot \left[\overset{1}{\Sigma}_{0,1} \cdot \Psi_{0,1} \right] = 0, \quad (1)$$

– после образования дефекта

$$\overset{1}{\nabla} \cdot \left[(1 + \Delta_{0,1})^{-1} \overset{1}{\Sigma}_{0,2} \cdot \Psi_{1,2} \right] = 0. \quad (2)$$

Определяющие соотношения [5]:

$$\begin{aligned} \overset{0}{\Sigma}_{0,n} = & \lambda \left(\overset{0}{E}_{0,n} : I \right) I + 2G \overset{0}{E}_{0,n} + 3C_3 \left(\overset{0}{E}_{0,n} : I \right)^2 I + \\ & + C_4 \left(\overset{0}{E}_{0,n} : I \right)^2 I + 2C_4 \left(\overset{0}{E}_{0,n} : I \right) \overset{0}{E}_{0,n} + \\ & + 3C_5 \left(\overset{0}{E}_{0,n} \right)^2, \quad (3) \end{aligned}$$

$$\overset{0}{E}_{0,n} = \frac{1}{2} (\Psi_{0,n} \cdot \Psi_{0,n}^* - I), \quad n = 1, 2. \quad (4)$$

Граничные условия:

– до образования дефекта

$$\begin{aligned} N_1 \cdot \sigma_{0,1} \Big|_{\Gamma_1} = 0, \quad N_1 \cdot \sigma_{0,1} \Big|_{\Gamma_2} = N_1 \cdot P, \\ \bar{u}_{0,1} \Big|_{\Gamma_3} = 0, \quad (5) \end{aligned}$$

– после образования дефекта

$$\begin{aligned} N_2 \cdot \sigma_{1,2} \Big|_{\Gamma_1} = 0, \quad N_2 \cdot \sigma_{1,2} \Big|_{\Gamma_2} = N_2 \cdot P, \\ \bar{u}_{1,2} \Big|_{\Gamma_3} = 0, \quad N_2 \cdot \sigma_{1,2} \Big|_{\Gamma_4} = 0. \quad (6) \end{aligned}$$

Расчет

Решение основывается на использовании метода конечных элементов (МКЭ) [6].

Размеры образца: длина – $10r$; внешний радиус – $3.5r$; внутренний радиус – $0.5r$; в образце после нагружения образовалась сферическая полость радиусом $0.3r$. Рассматривалось различное положение полости: $x_1 = r, y_1 = 0; x_2 = 1.5r, y_2 = 0; x_3 = 2r, y_3 = 0; x_4 = 2.5r, y_4 = 0; x_5 = 3r, y_5 = 0$. Нагрузка – растяжение по оси $z, P = 0.1$ ГПа (рис. 1).

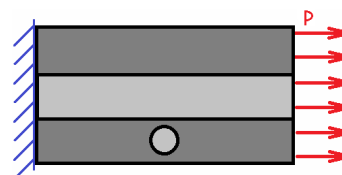


Рис. 1

Задача решалась в квазистатической постановке. Распределение σ_{zz} (для 1 и 5 вариантов расположения полости) после образования дефекта показано на рис. 2 и рис. 3.

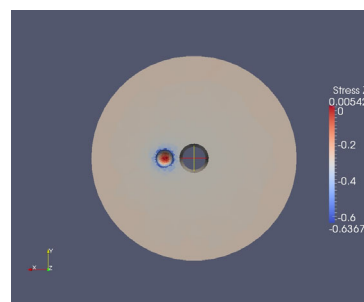


Рис. 2

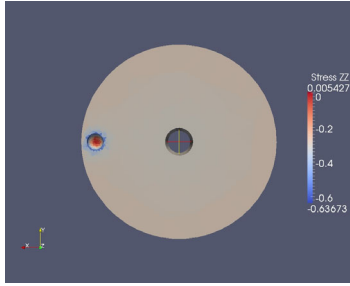


Рис. 3

На рис. 4 и рис. 5 показано сравнение распределения σ_{xx} и σ_{zz} . Линии, вдоль которых строятся графики, на $0.2r$ с каждой стороны больше диаметра полости (рис. 6).

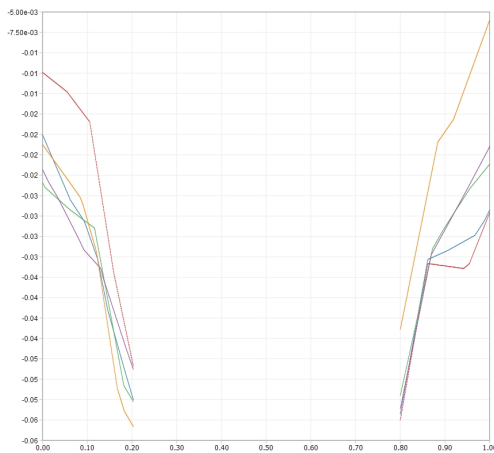


Рис. 4

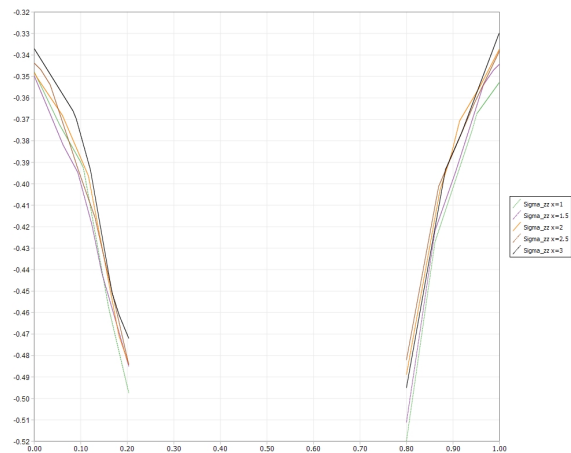


Рис. 5

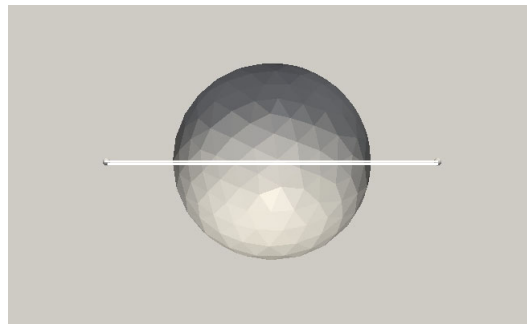


Рис. 6

Список литературы

1. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. М.: Наука, 1980. 512 с.
2. Левин В.А. Многократное наложение больших деформаций в упругих и вязкоупругих телах. М.: Наука, Физматлит, 1999. 224 с.
3. <http://www.saldlab.com/>
4. Левин В.А., Калинин В.В., Зингерман К.М., Вершинин А.В. Развитие дефектов при конечных деформациях. Компьютерное и физическое моделирование. М.: Физматлит, 2007. 392 с.
5. Лурье А.И. Теория упругости. М.: Наука, 1970. 940 с.
6. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. The finite element method. Solid mechanics. Vol. 2. 2000. 479 p.

ON THE DEFECT GROWTH IN A LOADED THICK-WALLED CYLINDER. FINITE STRAINS

K.A. Petrovskiy

The problem of development of a spherical hole (cavern) in a thick-walled cylinder is considered. The theory of repeated superposition of large strains is used to formulate the problem. Software module CAE Fidesys has been modified for implementing the model.

Keywords: defect development, superposition of large strains, cavern, finite element method.