

УДК 539.3

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМО-УПРУГО-НЕУПРУГИХ ПРОЦЕССОВ
ПРИ КОНЕЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЯХ В МАТЕРИАЛАХ
С ИЗМЕНЯЕМОЙ СТРУКТУРОЙ И УПРУГИХ ПРОЦЕССОВ
В МЯГКИХ МАГНИТНЫХ МАТЕРИАЛАХ**

© 2011 г.

А.А. Роговой, Н.А. Путин, О.С. Столбова

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

rogovoy@icmm.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Приведены основные положения формализованного подхода к построению определяющих соотношений и уравнения теплопроводности сложных сред при конечных деформациях. Используя этот подход, рассмотрены термоупругопластическая задача об адиабатическом сжатии образца, задача о поведении материала с памятью формы и задача о больших деформациях мягкого магнитного материала в постоянном в начальной конфигурации внешнем магнитном поле.

Ключевые слова: конечные деформации, кинематика, термодинамика, определяющее уравнение, уравнение теплопроводности, структурные изменения, память формы, магнитное поле.

В [1–6] разработан согласованный с принципами термодинамики и объективности формализованный подход к построению уравнений, в том числе эволюционных с вытекающей из теории объективной производной, определяющих поведение сред в термо-упруго-неупругих процессах при конечных деформациях. Подход основан на кинематике наложения малых деформаций на конечные деформации. Для учета изменения в процессе деформирования структуры материала введены скалярные структурные параметры, зависящие от неупругой кинематики и влияющие на параметры определяющих уравнений, описывающих упругие и неупругие процессы в среде. Предложен функционал, построенный на упругом потенциале и совпадающий с ним в случае чисто упругого процесса. Функционал является одним из слагаемых в свободной энергии. С использованием первого закона термодинамики построено уравнение теплопроводности. Выделены источники тепла производимого упругими деформациями, неупругими деформациями и структурными изменениями, происходящими в материале.

С учетом этих соотношений рассмотрена термоупругопластическая задача об адиабатическом сжатии образца, задача о поведении материала с памятью формы и задача о больших деформациях мягкого магнитного материала в постоянном в начальной конфигурации внешнем магнитном поле.

Известно, что часть пластической работы, затраченной на деформирование материалов, пе-

реходит в тепло, а часть идет на изменение энергий дислокаций, дефектов и т.п. и энергий их взаимодействия. На макроуровне это новое состояние структуры материала проявляется в изменении его упругих и пластических характеристик. В последние годы проводятся систематические экспериментальные исследования, позволяющие разделить затраченную пластическую работу на запасенную и тепловую части энергии. Для правильной интерпретации полученных результатов необходим подход, приводящий в рамках конечных деформаций к уравнению теплопроводности, а именно к той его части, которая связана с производством тепла неупругими деформациями и структурными изменениями, происходящими в материале. Опираясь на полученные в [1–6] результаты и используя экспериментальные данные, можно установить связь структурного параметра с мерой неупругих деформаций. Вычисленное в рамках разрабатываемой теории температурное поле находится в хорошем согласии с данными эксперимента по адиабатическому сжатию образца.

Развиваемый подход и полученные теоретические результаты использованы при построении корректных определяющих уравнений для конечных упруго-неупругих деформаций материалов, испытывающих аустенитно-мартенситный фазовый переход (материалов с памятью формы). Аустенитная фаза переходит при охлаждении в мартенситную (прямой переход), а мартенситная при нагревании – в аустенитную (обратный переход).

При этом представительный объем материала могут составлять доли обеих фаз, имеющих разные физико-механические свойства. Фазовые деформации, возникающие при этом, зависят не только от температуры, но и от напряжений, которые, в свою очередь, определяются фазовыми деформациями. Для описания фазовых деформаций используется теория, развиваемая в работах А.А. Мовчана. Для решения связанной краевой задачи дана вариационная постановка. Вариационное уравнение Лагранжа записано относительно начальной конфигурации. Для его численной реализации использован метод конечных элементов и процедура линеаризации. В рамках последней кинематические и силовые величины представлены через их значения в промежуточной конфигурации и приращения, сопровождающие переход в близкую текущую конфигурацию. Полученные соотношения протестированы на задаче о деформировании стержня с одним жестко закрепленным концом. Стержень состоит из двух слоев, один из которых – материал с памятью формы, а другой – полимер. Рассмотрены прямой и обратный мартенситные переходы.

Рассмотрена задача о поведении мягкого магнитного материала в постоянном в начальной конфигурации внешнем магнитном поле. Под мягким магнитным материалом здесь понимается полимер, наполненный частичками железа. Такой материал – мягкий как по механическим, так и по магнитным свойствам. Внешнее магнитное поле возбуждает в образце из такого материала поверхностные и массовые (пондеромоторные) силы. Деформируясь, образец изменяет внешнее поле, что, в свою очередь, приводит к изменению поверхностных и массовых сил. Вариационная постановка связанной краевой задачи представлена в виде двух уравнений – вариационного уравнения Лагранжа и вариационного уравнения для магнитного поля. Уравнения записаны относительно начальной конфигурации. Для их численной реализации использован метод конечных эле-

ментов и процедура линеаризации. В рамках последней магнитные, кинематические и силовые величины представлены через их значения в промежуточной конфигурации и приращения, сопровождающие переход в близкую текущую конфигурацию. Рассмотрена задача о больших деформациях стержня из мягкого магнитного материала во внешнем магнитном поле. Один из концов стержня жестко закреплен. Начальное внешнее магнитное поле постоянное, но по-разному направлено к оси стержня.

Работа выполнена в ведущей научной школе (гранты Президента РФ НШ-8055.2006.1, НШ-3717.2008.1 и НШ-7529.2010.1), в рамках программы фундаментальных исследований Отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления РАН (09-Т-1-1006), программы совместных фундаментальных исследований УрО РАН, СО РАН и ДВО РАН (09-С-1-1008), Государственного контракта с Федеральным агентством по науке и инновациям (№02.740.11.0442) и при финансовой поддержке РФФИ (гранты №10-01-00055, 10-01-96008).

Список литературы

1. Новокшанов. Р.С., Роговой А.А. О построении эволюционных определяющих соотношений для конечных деформаций // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2002. №4. С. 77–95.
2. Новокшанов Р.С., Роговой А.А. Эволюционные определяющие соотношения для конечных вязкоупругих деформаций // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2005. №4. С. 122–144.
3. Роговой А.А. Определяющие соотношения для конечных упруго-неупругих деформаций // ПМТФ. 2005. Т. 46, №5. С. 138–149.
4. Роговой А.А. Термодинамика упруго-неупругого процесса при конечных деформациях // ПМТФ. 2007. Т. 48, №4. С. 144–153.
5. Роговой А.А. Кинематика упруго-неупругого процесса при конечных деформациях // ПМТФ. 2008. Т. 49, №1. С. 165–172.
6. Роговой. А.А., Столбова О.С. Эволюционная модель термоупругости при конечных деформациях // ПМТФ. 2008. Т. 49, №3. С. 184–196.

MODELING THE THERMO-ELASTIC-INELASTIC PROCESSES UNDER FINITE STRAINS IN MATERIALS WITH A VARIABLE STRUCTURE AND ELASTIC PROCESSES IN SOFT MAGNETIC MATERIAL

A.A. Rogovoy, N.A. Putin, O.S. Stolbova

The basic regulations of formalized approach to construction of the constitutive equations and the heat conduction equation are adduced for complex media under finite deformations. Using this approach, the solutions have been obtained for the problem of thermo-elastic-plastic adiabatic compression of the specimen, for the problem of the behavior of a material with shape memory and for the problem of finite deformations of a soft magnetic material at the constant outer magnetic field prescribed to the initial configuration.

Keywords: finite deformations, kinematics, thermodynamics, constitutive equation, heat conduction equation, structural variations, shape memory, magnetic field.