

УДК 539.3

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОХОЖДЕНИЯ УДАРНЫХ ВОЛН
ЧЕРЕЗ ПОРИСТЫЕ СРЕДЫ С ЯВНЫМ ВЫДЕЛЕНИЕМ ПОР

© 2011 г.

А.Е. Баганина, И.М. Васенин

Томский госуниверситет

videnie@sibmail.com

Поступила в редакцию 15.06.2011

Представлена математическая модель затухания ударных волн в пористых средах с явным выделением пор. Модель учитывает в комплексе: ударные волны взрыва, схлопывание пор, взаимодействие процессов в соседних порах, диссипацию энергии в области затекания пор, влияние процессов в порах на формирование ударной волны. Приводятся результаты по исследованию затухания ударных волн в пористом свинце и меди.

Ключевые слова: механика сплошных сред, упругость, деформация, пористые среды, ударная адиабата, медь, свинец.

Пусть в начальный момент времени $t = 0$ бесконечная пластина из пористого материала, движущаяся со скоростью u_0 , сталкивается с абсолютно жесткой поверхностью. Предполагается, что поры являются каналами, параллельными плоскости столкновения и расположены в виде рядов так, как показано на рис. 1. При дополнительном предположении об одинаковом расстоянии между рядами пор и равенстве сечений каналов в качестве области решения можно рассматривать прямоугольник, боковые стороны которого являются границами симметрии решения. Деформируемая среда рассматривается в рамках модели сжимаемой упругопластической среды. Течение этой среды является двумерным и рассматривается в переменных Лагранжа. Так как заложенная в модели симметрия существенно используется в алгоритме расчета, рассматриваются только волны, распространяющиеся в направлении оси z .

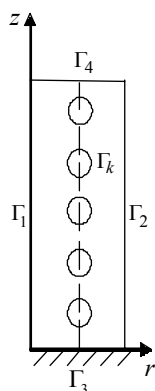


Рис. 1

Поставленная задача с математической точки зрения описывается уравнениями выражающими законы сохранения, кинематические и физические соотношения для сжимаемой упругопластической вязкой среды в плоской системе координат [1].

Уравнение состояния использовалось в форме Грюнайзена:

$$p = p_y(V) + \frac{\gamma(V)\rho_0 E_T}{V},$$

где ρ_0 – начальная плотность; $V = \rho_0/\rho$ – безразмерный удельный объем; $p_y(V)$ – упругая составляющая давления; E_T – тепловая энергия единицы массы вещества; $\gamma(V)$ – коэффициент Грюнайзена. Зависимость $p_y(V)$ вычислялась с помощью ударной адиабаты сплошной среды по методу [2].

Метод вычисления тепловой энергии E_T состоял в следующем: область пористого тела разбивалась на подобласти G_k , каждая из которых содержала в центре схлопывающуюся пору (рис. 2).

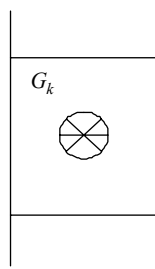


Рис. 2

При этом предполагалось, что работа сил давления при затекании поры переходит во внутреннюю энергию вещества, окружающего пору.

Начальное состояние материала пластины, которая двигалась со скоростью $v_z = -u_0$, предполагалось невозмущенным. Поэтому при $t = 0$ в области,

занятой материалом, задавались равенства:

$$v_z = -u_0, \quad v_r = 0, \quad \epsilon_{ij} = 0, \quad \sigma_{ij} = 0,$$

$$D_{\sigma ij} = 0, \quad \rho = 0, \quad p = \rho_0.$$

Поры в веществе полагались пустыми, поэтому в них задавалась $\rho = 0$.

В силу периодичности постановки задачи в направлении оси r в качестве области решения рассматривался показанный на рис. 1 прямоугольник, ограниченный поверхностями $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$,

Γ_k . При этом поверхности Γ_1, Γ_2 являются поверхностями симметрии, а поверхность Γ_4 свободна от напряжений. Граничными условиями на поверхности контакта пластины с жесткой поверхностью Γ_3 являются условия $v_z = 0$ и $\sigma_{zz} = 0$. На свободной поверхности Γ_4 отсутствуют нормальное и касательное напряжения, что равносильно равенствам $\sigma_{nn} = 0$ и $\sigma_{sn} = 0$. Расчет в ячейках, граничащих с пустыми порами, проводится точно так же, как и во внутренних ячейках области. Поскольку в граничных ячейках пор все параметры равны нулю, то на границах пор Γ_k автоматически выполняются условия, справедливые для свободных поверхностей [1].

Для решения поставленной задачи применялась разностная схема метода Уилкинса. В начальный момент времени для аппроксимации в окрестностях пор применялись сетки с квадратными и восьмигранными порами. При прохождении ударной волны и затекании пор разностная сетка в их окрестности приобретала вид, показанный на рис. 3.

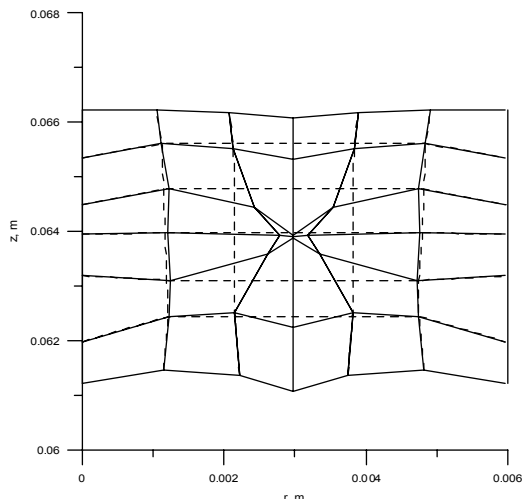


Рис. 3

В процессе расчетов контролировалось расстояние между граничными узлами пор и их площадь. Как только эти величины становились меньше наперед заданных малых значений, пора считалась закрытой, а сетка в ее окрестности перестраивалась в новую, близкую к прямоугольной. При перестроении сетки с учетом законов сохранения пересчитывались все параметры как в узлах, так и во внутренних ячейках.

В некоторых случаях для предотвращения нежелательных искажений ячеек в процессе счета применялась в начальный момент времени неравномерная сетка, позволяющая уменьшить искажение ячеек в следующие моменты времени. Однако в процессе расчетов во избежание дополнительных ошибок интерполяции перестройка сетки проводилась только один раз в окрестности каждого схлопывающегося узла.

Достоверность модели подтверждается сравнением ударных адиабат с экспериментальными данными, приведенными в книге [4]. На рис. 4 приведены результаты расчета ударной адиабаты меди с пористостью $\epsilon = 0.3$ (сплошная кривая) и экспериментальные данные (кружки). Для сравнения приведена также зависимость, рассчитанная по известной формуле Я.Б. Зельдовича и Ю.П. Райзера [4] (штрихпунктир).

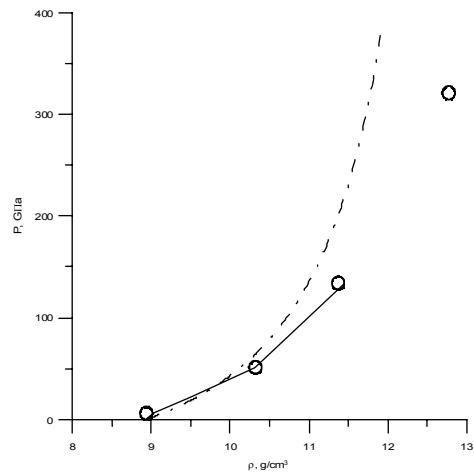


Рис. 4

Список литературы

1. Селиванов В.В. Прикладная механика сплошных сред. Т. 3 М.: Изд-во МГТУ, 2000. 246 с.
2. Альтшулер Л.В., Крупников К.К., Леденев Б.Н. и др. Свойства конденсированных веществ при высоких давлениях и температурах: Сб. статей / Под ред. Р.Ф. Трунина. ВНИИЭФ. 1992. С. 8–19.
3. Жерноклетов М.В., Зубарев В.Н., Трунин Р.Ф., Фортон В.Е. Экспериментальные данные по ударной сжимаемости и адиабатическому расширению конденсированных веществ при высоких плотностях энергии. Черногловка: ИХФЧ РАН, 1996. 400 с.
4. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Физматгиз, 1963.

MATHEMATICAL MODEL OF THE SHOCK WAVES PROPAGATION THROUGH A POROUS MEDIUM WITH EXPLICIT MARKING OF PORES*A.E. Baganina, I.M. Vasenin*

A mathematical model of attenuation of shock waves in a porous medium with explicit marking of pores is presented. The model takes into account a complex of shock waves of explosion; the pore collapse; interaction of processes in adjacent pores; energy dissipation in the region of pore collapse. The results of the investigation of the attenuation shock waves in porous lead and copper are presented.

Keywords: mechanics of continua, elasticity, deformation, porous medium, percussive adiabat, copper, plumbum.