

УДК 539.3

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ С ВИНТОВОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ

© 2011 г.

Ю.А. Устинов, И.А. Панфилов

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

mechanic_rgu@mail.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Представлен обзор результатов для задач динамики и устойчивости цилиндрической оболочки с винтовой анизотропией.

Ключевые слова: винтовая анизотропия, армированная оболочка, гипотезы Кирхгофа–Лява, гипотезы Тимошенко–Рейсснера.

Гармонические колебания и волны в цилиндрической оболочке с винтовой анизотропией

Цилиндрические оболочки с винтовой анизотропией создаются, как правило, на основе волокнистых композитов с высокопрочными и жесткими армирующими элементами. Технологически это осуществляется путем намотки армирующих тонких нитей в виде спиралей с одновременным покрытием образующихся при намотке слоев полимерным связующим. После полимеризации получается твердый анизотропный материал, упругие постоянные которого определяются на основе теории усреднения [1, 2] или экспериментально.

Основные соотношения линейной теории упругости для тел с винтовой анизотропией и результаты исследований задачи Сен-Венана для цилиндра с винтовой анизотропией опубликованы в [3–5]. В работах [6, 7] на основе прикладных теорий Кирхгофа–Лява и Тимошенко–Рейсснера исследуются особенности гармонических волн и колебаний оболочки с винтовой анизотропией. Основное внимание уделено изучению осесимметричных и изгибных колебаний. В обоих случаях построены дисперсионные уравнения и проведен качественный и численный анализ их корней и отвечающих им элементарных решений. В этих работах, в частности, показано, что винтовая анизотропия порождает связь между продольными и крутильными колебаниями, которая математически описывается амплитудными коэффициентами однородных волн.

На основе трехмерной теории упругости в [8] исследуются особенности распространения гар-

монических волн в полом цилиндре с винтовой анизотропией. Для описания низкочастотных длинноволновых продольно-крутильных колебаний методами теории возмущений построена прикладная теория и получены некоторые оценки области ее применимости.

Для анализа высокочастотных колебаний разработан и реализован численный метод определения критических частот и построения дисперсионных кривых. Теории, основанные на гипотезах Кирхгофа–Лява и гипотезах Тимошенко–Рейсснера, позволяют получить лишь первую критическую частоту и первые три критические частоты, соответственно. Проведенный анализ показал, что прикладные теории могут претендовать на достаточно точное определение только тех частот, значения которых меньше первой критической частоты.

Исследование устойчивости цилиндрической оболочки с винтовой анизотропией

Для исследования устойчивости тонких цилиндрических оболочек с винтовой анизотропией на основе гипотез Кирхгофа – Лява получены нелинейные уравнения и разработаны алгоритмы определения критических нагрузок при внешнем гидростатическом давлении и при осевом сжатии. Следует отметить, что для оболочек с винтовой анизотропией в окрестности точки бифуркации, помимо осесимметричной, появляется несимметричная форма, и закритическое поведение оболочки, как правило, является неосесимметричным. Появление несимметричных форм потери устойчивости существенно усложняет задачу, поскольку изначально необходимо построить реше-

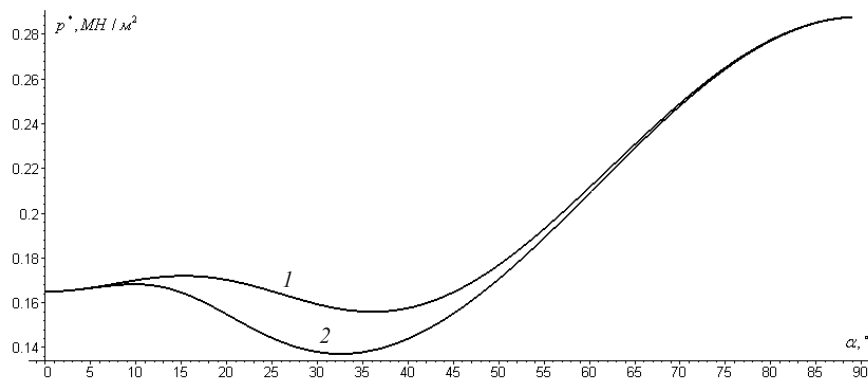


Рис. 1

ние нелинейной осесимметричной задачи, которая часто не имеет простых аналитических решений. Серии проведенных расчетов показали, что на величины критических нагрузок и формы потери устойчивости существенное влияние оказывает угол намотки армирующих волокон к образующей цилиндра.

Для примера на рис. 1 приводятся результаты расчета внешней гидростатической нагрузки p^* от параметра α (угла намотки армирующего волокна) для композита из стеклопластика со следующими значениями геометрических параметров: $a = 0.1$ м, $L = 10a$, $h = 0.033a$ (где a , L , h – радиус, длина и толщина цилиндра соответственно). Кривая 1 отвечает спирально армированной оболочке, кривая 2 – биспирально армированной оболочке. Следует заметить, что разработанный алгоритм не привязан к цилиндрической оболочке и легко переносится на произвольную форму оболочки вращения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Южного математического института Владикавказского научного центра РАН, а также в рамках федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.

Список литературы

1. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. М.: Изд-во МГУ, 1984. 335 с.
2. Гетман И.П., Устинов Ю.А. О методах расчета канатов. Задача растяжения – кручения // ПММ. 2008. Т. 72. Вып. 1. С. 81–90.
3. Устинов Ю.А. Решение задачи Сен-Венана для цилиндра с винтовой анизотропией // ПММ. 2003. Т. 67. Вып. 1. С. 89–98.
4. Устинов Ю.А. Некоторые задачи для упругих цилиндрических тел с винтовой анизотропией // Успехи механики. 2003. №4. С. 37–62.
5. Устинов Ю.А. Задачи Сен-Венана для псевдоцилиндров. М.: Наука, 2003. 128 с.
6. Панфилов И.А., Устинов Ю.А. Собственные частоты и формы цилиндрической оболочки с винтовой анизотропией // Современные проблемы механики сплошной среды: Труды XI Междунар. конф. Ростова-Дону: Изд-во ООО «ЦВВР». 2007. Т. 2. С. 166–171.
7. Панфилов И.А., Устинов Ю.А. Некоторые динамические задачи для цилиндрической оболочки с винтовой анизотропией // Изв. вузов. Северо-Кавказский регион. Актуальные проблемы механики. Естественные науки. 2009. С. 97–105.
8. Панфилов И.А., Устинов Ю.А. Колебания и волны в цилиндре с винтовой анизотропией // Акустический журнал. 2010. Т. 56, №6. С. 1–8.

SOME PROBLEMS FOR A CYLINDRICAL COVER WITH SCREW ANISOTROPY

Yu.A. Ustinov, I.A. Panfilov

The results for problems of dynamics and stability of a cylindrical cover with screw anisotropy are reviewed.

Keywords: the screw anisotropy, the reinforced cover, hypotheses of Kirrhoff–Love, Timoshenko–Reissner hypothesis.