Механика деформируемого твердого тела
Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, 2011, № 4 (4), с. 1834–1836

УДК 531

ЭВОЛЮЦИЯ ВОЛНОВОГО ФРОНТА В ПЕРЕХОДНОМ РЕЖИМЕ НА ОСНОВЕ НЕЛОКАЛЬНОЙ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА

Т.А. Хантулева, А.В. Литвинов

Санкт-Петербургский госуниверситет

lit43848@gmail.com

Поступила в редакцию 15.06.2011

В рамках нелокальной теории переноса рассмотрена задача о распространении плоской волны, индуцированной ударом по твердому материалу. Описана эволюция формы фронта волны в процессе ее распространения. Рассчитано производство энтропии внутри фронта в зависимости от начального состояния среды, скорости и длительности ее деформирования. Обнаружена область синергетического образования вихреволновых структур.

Ключевые слова: распространение волны, индуцированной ударом, производство энтропии.

Проблема замыкания уравнений переноса в переходных режимах, когда реакция среды на внешнее воздействие зависит от размеров и геометрии системы, не решается в рамках концепции сплошной среды. Нелокальная теория переноса, разработанная на основе неравновесной статистической механики и теории адаптивного управления, позволяет описывать реакцию конденсированной среды на нагружение в широком диапазоне режимов от упругого до гидродинамического [1–6].

Решается задача о распространении импульса умеренной интенсивности с плоским фронтом в конденсированной среде вдоль оси x. Скорость переноса импульса разделена на две части $u = U + v$, где U – фазовая скорость распространения колебаний, а v – массовая скорость, максимум которой за счет дисперсии среды движется с групповой скоростью. В длинноволновом пределе фазовая скорость упругих волн совпадает с продольной скоростью звука в среде $U \to C = \text{const}$ и $u = C + v$. Перенос импульса характеризуется масштабными параметрами: $\tau = t_r/t_R$ (отношение времени релаксации ко времени нагружения), $\theta = t_m/t_R$ (отношение времени запаздывания ко времени нагружения), $\varepsilon = Ct_R/L$ (отношение расстояния, пройденного возмущением за время нагружения, к характерной длине системы). В безразмерных переменных $\zeta = (t - x/C)/t_R$, $\xi = x/L$ уравнения баланса массы и импульса для полупространства, где массовая скорость отнесена к V_0 (скорость внешнего нагружения), записываются в виде

$$\frac{\partial\rho_1}{\partial\zeta} - \frac{\rho_0}{C}\frac{\partial v}{\partial\zeta} + \varepsilon\frac{\partial\rho_0 v}{\partial\xi} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial\zeta} - \frac{1}{C}\frac{\partial C\Pi}{\partial\zeta} + \varepsilon\frac{\partial\Pi}{\partial\xi} = 0. \tag{2}$$

В нулевом приближении среда с плотностью ρ_0 неподвижна, $v = 0$, а в первом приближении по параметру $v/C << 1$ при импульсном нагружении ($\varepsilon \to 0$) из (1) получается $v/C = \rho_1/\rho_0 = e$ (ρ_1 – возмущение плотности, e – деформация).

Интегральное выражение для продольной компоненты потока импульса Π (отнесенного к $\rho_0 C V_0$) на основе разработанной нелокальной теории [5–7] изначально не разделяется на конвективную (обратимую) и диффузионную (необратимую) части и позволяет описать все механизмы переноса импульса, включая волновые процессы

$$\Pi = -\int_0^{Ct} d\xi' \int_0^{\omega} d\zeta' \Re(\zeta,\zeta',\xi,\xi')\left[-\frac{\partial v}{\partial\zeta'} + \varepsilon\frac{\partial v}{\partial\xi}\right],$$
$$\omega(\zeta) = \begin{cases} \zeta, & \zeta < 1, \\ 1, & \zeta \ge 1. \end{cases} \tag{3}$$

Для релаксационного ядра переноса $\Re$ построена модель, включающая параметры τ, ϑ, ε, в зависимости от которых уравнения переноса меняют свой тип. Параметры – не константы среды, а функционалы процесса, определяемые законами внутреннего управления с обратными связями на основе метода скоростного градиента. Цель управления – минимизация интегрального производства энтропии внутри фронта – достигается при различных сценариях эволюции [4–7].

На начальной стадии процесса $t < t_R << t_r$ при нагружении $\omega = \zeta < 1$, $\varepsilon \to 0$, когда релаксацию можно считать замороженной, $\tau \to \infty$, временные и пространственные переменные разделяются,

$$\Re(\zeta,\zeta',\xi,\xi') =$$
$$= \Re_\zeta(\zeta,\zeta')\delta(|\xi-\xi'|) \to 1\cdot\delta(|\xi-\xi'|),$$

память становится незатухающей, а реакция любой среды является упругой. Предел упругости зависит от свойств среды и скорости деформации при нагружении. В нулевом приближении по малому параметру $v/C \ll 1$ напряжение (3) определяется упругими модулями среды $\rho_0 C^2 = \rho_0 C_0^2 + 4G/3$ ($K = \rho_0 C_0^2$ и G – модули объемного сжатия и сдвига соответственно). В первом приближении упругая реакция среды пропорциональна деформации $\Pi = v$. Уравнение (2) в упругом пределе при $\Pi = v$ и $\varepsilon \to 0$ обращается в тождество. На больших характерных временах нагружения $t_r \ll t \le t_R$, $\omega = \zeta < 1$, $\varepsilon \to \infty$, соответствующих стадии завершенной релаксации $\tau \to 0$,

$$\Re_\zeta(\zeta,\zeta') \to \delta(\zeta-\zeta'),$$

когда остается только локальная зависимость от пространственной координаты $\zeta = x$, из (3) получается ньютоновская модель среды с вязкостями $\lambda + 4\mu/3 = (K + 4G/3)t_r = \rho_0 C^2 t_r$, а уравнение (2) обращается в уравнение диффузии импульса. Таким образом, конечная стадия нагружения любой среды определяется гидродинамической реакцией с диффузионным механизмом переноса импульса. Для твердых материалов – это пластические течения.

В переходном режиме при $t_R \cong t \cong t_r$ для коротких импульсов, когда $\varepsilon \to 0$, механизмы волнового и диффузионного переноса в модели ре-

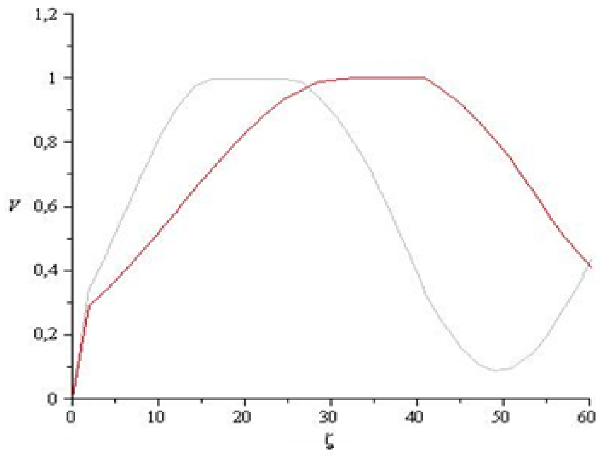

Рис. 1

лаксационного ядра не разделяются. Уравнение переноса импульса (2) с асимметричной гауссовой моделью ядра принимает вид [4–7]

$$v(\zeta,\xi) = \int_0^\omega d\zeta' \exp\left\{\frac{\pi(\zeta-\zeta'-\vartheta(\xi))^2}{\tau^2(\xi)}\right\}\frac{\partial v}{\partial \zeta'}(\zeta,\xi_0),$$

$$\omega(\zeta) = \begin{cases}\zeta, & \zeta < 1,\\ 1, & \zeta \ge 1.\end{cases} \tag{4}$$

Для интегродифференциального уравнения (4) построено приближенное решение, описывающее весь спектр режимов распространения импульса от упругой волны до гидродинамического режима. На рис. 1 представлена эволюция профиля скорости: толщина фронта растет с расстоянием x от плоскости удара. Двухволновой профиль массовой скорости на расстоянии x от поверхности ударного нагружения зависит от начальной скорости деформации, длительности и формы начального импульса.

На рис. 2 изображены траектории градиентного спуска по поверхности производства энтропии из разных фазовых точек τ, ϑ. Эволюция параметров модели $\tau(x)$, $\vartheta(x)$ при движении фронта позволяет проследить релаксацию упругого предвестника, изменение толщины пластического фронта, скорости его распространения, а также вычислить производство энтропии и энергию, запасенную в структуре среды за фронтом волны при синергетической самоорганизации. Сравнение профилей скорости с экспериментами по ударному нагружению твердых материалов, где после прохождения фронтов обнаружены следы вихре-волновых структур [1, 2], подтвердило адекватность модели для прогнозирования реакции конденсированных сред на динамическое нагружение.

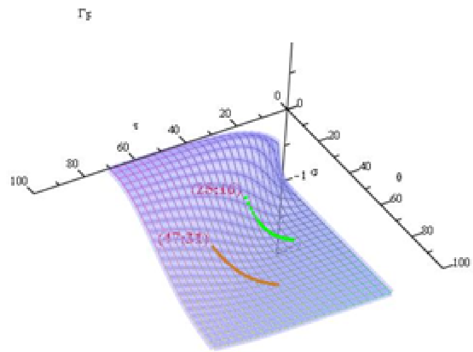

Рис. 2

Список литературы

1. Khantuleva T.A., Mescheryakov Yu.I. // Intern. J. Solids and Structures. 1999. V. 36. P. 3105–3129.

2. Хантулева Т.А., Мещеряков Ю.И. // Физическая

мезомеханика. 1999. Т. 2, №5. С. 5–17.

3. Khantuleva T.A. High-pressure compression of solids VI: old paradigms and new challenges. Berlin: Springer, 2003. P. 215–254.

4. Хантулева Т.А. // Химическая физика. 2005. Т. 24, №11. С. 36–47.

5. Хантулева Т.А., Никулин И.А. // Химическая Физика. 2008. Т. 27, №3. С. 81–91.

6. Khantuleva T.A., Nikulin I.A., Serebryanskaya N.A. // Proc. 4th Europ. Conf. on Structural Control. St.-Petersburg, Inst. of Problems in Mech. Eng. RAS. 2008. V. 1. P. 404–411.

7. Хантулева Т.А., Серебрянская Н.А. // Изв. вузов. Физика. 2009. Т. 52, №2/2. С. 165–171.

WAVEFORM EVOLUTION IN THE TRANSITION REGIME BASED ON THE NONLOCAL TRANSPORT THEORY

T.A. Khantuleva, A.V. Litvinov

In the framework of the nonlocal transport theory the problem on plane shock-induced wave propagation in solid is considered. Waveform evolution during its propagation is obtained in result. Entropy production inside the front depending on the initial medium state, velocity and strain duration is calculated. A region of synergistic formation of vortex-wave structures is found.

Keywords: shock-induced wave propagation, entropy production.