

УДК 539.3:534.1

**ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СОСТАВНОГО ПОРИСТОГО СТЕРЖНЯ
ПРИ ДВУХПАРАМЕТРИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ**

© 2011 г.

Д.Н. Шейдаков

Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону

sheidakov@mail.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Исследуется устойчивость нелинейно-упругого пористого стержня с однородным покрытием для двух распространенных видов комбинированного нагружения – осевого сжатия стержня при внешнем гидростатическом давлении, а также сжатия и кручения стержня. Особенностью данного исследования является то, что поведение однородного покрытия рассматривается в рамках классической (неполярной) модели сплошной среды, в то время как для описания свойств высокопористого стержня используется модель континуума Коссера. Путем численного решения линеаризованных уравнений равновесия для ряда конкретных пористых материалов и покрытий найдены критические кривые и соответствующие им моды неустойчивости, а также построены области устойчивости в плоскостях соответствующих параметров нагружения. Проведен подробный анализ влияния размерного эффекта, а также механических свойств и толщины покрытия на бифуркацию равновесия упругого составного стержня из микрополярного материала при комбинированном нагружении.

Ключевые слова: устойчивость, нелинейная упругость, пористость, континуум Коссера, составной стержень.

Введение

Проблема устойчивости равновесия деформируемых тел представляет значительный интерес, как с теоретической, так и с прикладной точки зрения, так как исчерпание несущей способности и разрушение строительных и инженерных конструкций достаточно часто наступает именно вследствие потери устойчивости под действием внешних нагрузок. В случае упругой среды теория устойчивости достаточно подробно разработана для простых материалов. Имеется большое число публикаций по устойчивости как тонких и тонкостенных тел в форме стержней, пластин и оболочек, так и массивных (трехмерных) тел. Однако в связи с появлением различных новых конструкционных материалов актуальным становится вопрос анализа устойчивости для тел со сложной структурой. Примерами таких тел являются тела из высокопористых материалов, которые достаточно широко используются в современной автопромышленности и авиастроении. Конструкции из высокопористых материалов, таких как металлические или полимерные пены, имеют ряд преимуществ: они мало весят, имеют высокую удельную прочность, а также большие возможности для поглощения энергии. Эти конструкции, как правило, имеют составную структуру

(металлическая или полимерная пена покрыта твердой и жесткой оболочкой), что необходимо для оптимизации механических свойств при нагружении, а также для защиты от коррозии.

В большинстве существующих работ поведение высокопористых материалов изучается в рамках классической модели сплошной среды, которая не способна адекватно описать некоторые их важные свойства, в частности размерный эффект. В то же время, согласно экспериментальным данным, влияние размерного эффекта на свойства тел из высокопористых материалов может быть весьма значительным, особенно при рассмотрении малоразмерных объектов. В связи с этим представляется целесообразным использовать для изучения высокопористых материалов модель микрополярной среды или континуума Коссера [1–8], что позволит более точно описать их характерные свойства. Особенностью континуума Коссера является то, что каждая частица среды имеет внутреннюю степень свободы – микровращение. Вследствие этого деформация в моментной теории упругости описывается не одним, а двумя тензорами деформации – мерой деформации типа Коши и тензором изгибных деформаций [7, 9]. Кроме того, в общем случае эти тензоры несимметричны, что существенно усложняет решение многих задач для микрополярных сред.

Постановка и методы решения

В рамках общей теории устойчивости трехмерных тел исследована бифуркация равновесия нелинейно-упругого стержня из высокопористого материала с однородным покрытием. Рассмотрено два распространенных вида комбинированного нагружения – сжатие стержня при внешнем гидростатическом давлении и кручение сжатого цилиндрического стержня. При анализе устойчивости применялся оригинальный подход [10, 11] к моделированию тел из высокопористых материалов с однородным покрытием – поведение пористого стержня изучалось в рамках континуума Коссера, а для описания свойств покрытия использовалась классическая (неполярная) модель сплошной среды. Для определения докритического напряженно-деформированного состояния составного цилиндрического стержня в условиях больших деформаций применялся полуобратный метод нелинейной теории упругости. В случае физически линейного материала [2, 7, 12], начальное состояние равновесия в рассмотренных задачах найдено аналитически. С использованием метода линеаризации в малой окрестности основного состояния построены уравнения нейтрального равновесия, описывающие возмущенное состояние. Для ряда широко применяемых пористых материалов (пенополиуретан, синтаксическая пена и т.д.) и покрытий (поликарбонат, алюминий и т.д.) эти уравнения решены численно [10, 11]. Найдены критические кривые в плоскостях параметров нагружения, соответствующие различным формам потери устойчивости, построенные области устойчивости.

Основные результаты

В ходе исследования устойчивости стержня, находящегося под действием двухпараметрического нагружения, для малых и средних стержней установлено, что как при большом внешнем давлении, так и при сильном кручении, в целом устойчивее будут стержни с более толстым покрытием, в то время как при малом давлении и слабом кручении, наоборот, – с более тонким. Кроме того, обнаружено, что с уменьшением размеров стержня возрастает его устойчивость, причем для стержня с менее жестким покрытием влияние линейного размера на устойчивость будет существеннее, чем для стержня с более жестким по-

крытием. Такое поведение обусловлено действием моментных напряжений и подтверждает важность учета микроструктуры при анализе устойчивости тел и конструкций из высокопористых материалов, в случае если изучаемые объекты имеют небольшие размеры. В то же время, согласно полученным результатам, влияние микроструктуры пористого материала на устойчивость больших стержней и стержней с толстым жестким покрытием оказывается весьма незначительным и им, при необходимости, можно пренебречь.

Следует отметить, что качественные результаты, полученные в ходе данного исследования для высокопористых материалов, могут быть обобщены на широкий класс материалов со сложной микроструктурой, при описании поведения которых используется модель микрополярной среды или континуум Коссера. К последним, например, относятся гранулированные материалы, поликристаллические тела, композиты, а также различные микро- и наноструктуры.

Работа выполнена при поддержке Президента РФ (грант МК-6315.2010.1) и РФФИ (грант 11-08-01152-а).

Список литературы

1. Cosserat E., Cosserat F. *Theorie des Corps Deformables*, Paris. Librairie Scientifique A. Hermann et Fils, 1909. 242 p.
2. Пальмов В.А. // Прикладная математика и механика. 1964. Т. 28, Вып. 3. С. 401–408.
3. Toupin R.A. // Arch. Rat. Mech. Anal. 1964. V. 17, No 5. P. 85–112.
4. Kafadar C.B., Eringen A.C. // International Journal of Engineering Science. 1971. V. 9. P. 271–305.
5. Жилин П.А. // Труды Ленинградского политехнического института. 1982. №386. С. 29–46.
6. Шкутин Л.И. *Механика деформаций гибких тел*. Новосибирск: Наука, 1988. 127 с.
7. Еремеев В.А., Зубов Л.М. // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1994. №3. С. 181–190.
8. Eringen A.C. *Microcontinuum Field Theory. I. Foundations and Solids*. New York: Springer, 1999. 348 p.
9. Pietraszkiewicz W., Eremeyev V.A. // International Journal of Solids and Structures. 2009. V. 46. P. 774–787.
10. Sheydaikov D.N. // *Mechanics of Generalized Continua – from Micromechanical Basics to Engineering Applications*. Berlin: Springer, 2011. P. 255–271.
11. Шейдаков Д.Н., Лыжов В.А., Михайлова И.Б. // Вестник Южного научного центра РАН. 2011. Т. 7, №1. С. 5–12.
12. Lakes R. // *Continuum models for materials with micro-structure / Eds. H. Muhlhaus*. New York: J. Wiley, 1995. P. 1–22.

ON THE STABILITY OF A COMPOSITE POROUS ROD SUBJECT TO TWO-PARAMETER LOADING*D.N. Sheydakov*

The problem of stability is studied for a nonlinear elastic porous rod with a solid coating for two common types of combined loading – an axial compression of the rod under external hydrostatic pressure, as well as compression and torsion of the rod. A special feature of this paper is that the behavior of a homogeneous coating is studied in the framework of classical (non-polar) continuum model, while to describe the properties of a highly porous rod the Cosserat continuum model is used. By solving the linearized equilibrium equations numerically, for a number of specific porous materials and coatings, the critical curves and corresponding buckling modes are found, as well the stability regions in the planes of the loading parameters. The detailed analysis of the size effect, as well as the influence of mechanical properties and coating thickness, on the equilibrium bifurcation is carried out for an elastic composite rod of micropolar material subject to combined loads.

Keywords: stability, nonlinear elasticity, porosity, Cosserat continuum, composite rod.