

УДК 539.3

РАЗВИТИЕ ФОРМАЛИЗМА МЕТОДА ЧАСТИЦ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ГЕТЕРОГЕННЫХ СРЕД РАЗЛИЧНОЙ ПРИРОДЫ

© 2011 г.

Е.В. Шилько

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, Томск

shilko@ispms.tsc.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Предложен общий подход к реализации моделей упругости и пластичности изотропных сред в рамках численного метода дискретных элементов. В основе подхода лежит построение потенциалов/сил межэлементного взаимодействия, обеспечивающих отклик ансамбля элементов, соответствующий отклику моделируемого твердого тела. Развитый формализм делает возможным реализацию различных реологических моделей в рамках метода частиц для изучения процессов деформирования и разрушения твердофазных сред различной природы.

Ключевые слова: методы частиц, метод дискретных элементов, силы межэлементного взаимодействия, модели упругости и пластичности, разрушение.

Введение

Важным направлением в механике деформируемого твердого тела (МДТТ) является развитие численных методов и их применение к проблемам, связанным с деформированием и разрушением гетерогенных материалов. Перспективным классом численных методов МДТТ, активно развивающимся в настоящее время, является метод частиц. Одним из представителей этого класса является так называемый метод дискретных элементов (МДЭ). В рамках данного метода моделируемая среда представляется ансамблем взаимодействующих частиц (элементов) конечного размера и определенной формы. При этом реология ансамбля определяется видом и параметрами потенциала межэлементного взаимодействия. В настоящее время МДЭ широко используется для изучения деформационных процессов в гранулированных (сыпучих) и слабосвязанных средах, в частности, реологических особенностей таких систем, процессов разрушения и перемешивания [1]. До последнего времени возможности применения МДЭ для изучения механических явлений в консолидированных средах ограничивались хрупкими пористыми материалами [2], что связано с недостаточным развитием математических моделей взаимодействия дискретных элементов. В связи с этим одной из фундаментальных задач в МДЭ является построение потенциалов/сил взаимодействия, обеспечивающих отклик ансамбля элементов, отвечающий отклику консолидирован-

ных твердых сред с различной реологией (упруго-пластической, вязкоупругой и т.д.). Очевидно, что такие потенциалы/силы должны быть много-частичными.

Обсуждение результатов

Авторами развивается общий подход к построению многочастичных сил взаимодействия дискретных элементов для моделирования деформирования и разрушения консолидированных гетерогенных сред. В основе подхода лежит использование формы записи силы взаимодействия, аналогичной записи межатомных потенциалов погруженного атома. В общем случае сила взаимодействия пары дискретных элементов записывается как суперпозиция «парной» составляющей, зависящей от их относительного положения/перемещения, и объемнозависящей составляющей, связанной с влиянием всех окружающих дискретных элементов. Объемнозависящая составляющая определяется величиной давления P_i в объеме дискретного элемента i , вычисляемого через средние значения компонент тензора напряжений в объеме элемента [3]:

$$\bar{\sigma}_{\alpha\beta}^i = \frac{1}{V_i} \left[\sum_{j=1}^{N_i} q_{ij} S_{ij} \sigma_{ij} \cos \theta_{ij,\alpha} \cos \theta_{ij,\beta} \pm \sum_{j=1}^{N_i} q_{ij} S_{ij} \tau_{ij} \cos \theta_{ij,\alpha} \sin \theta_{ij,\beta} \right], \quad (1)$$

где $\alpha, \beta = x, y, z$; V_i – текущее значение объема

элемента i ; S_{ij} – площадь поверхности взаимодействия (контакта) элементов i и j ; q_{ij} – расстояние от центра масс элемента i до центра поверхности взаимодействия с соседом j ; N_i – число «соседей» элемента i ; $\theta_{ij,\alpha}$ – угол между линией, соединяющей центра масс взаимодействующих элементов i и j , и осью α лабораторной системы координат; σ_{ij} и τ_{ij} – удельные значения центральной и тангенциальной сил взаимодействия элементов i и j , определяемые отношением полных значений сил (F_{ij}^{cntr} и F_{ij}^{mg}) к площади поверхности взаимодействия S_{ij} .

В рамках данного подхода для случая изотропной линейно упругой среды предложены выражения для центральной и тангенциальной составляющих сил реакции дискретного элемента i на воздействие со стороны «соседа» j , вид которых аналогичен соотношениям закона Гука для диагональной и недиагональной компонент тензора напряжений. В гипотетической форме они имеют вид:

$$\begin{cases} \Delta\sigma_{ij} = 2G_i\Delta\varepsilon_{i(j)} + (1 - 2G_i / K_i)\Delta\bar{\sigma}_{mean}^i, \\ \Delta\tau_{ij} = 2G_i\Delta\gamma_{i(j)}, \end{cases} \quad (2)$$

где G_i и K_i – модули сдвига и всестороннего сжатия материала элемента i ; $\Delta\varepsilon_{ij}$ и $\Delta\gamma_{ij}$ – нормальная и тангенциальная составляющие вектора относительного перемещения элементов i и j за шаг по времени, приведенные к размеру элемента. Предложенные соотношения для сил межатомного взаимодействия автоматически обеспечивают выполнения закона Гука для средних значений компонент тензоров напряжений и деформаций в объеме элемента. Как свидетельствуют результаты тестирования развитой модели, ансамбль дискретных элементов демонстрирует макроскопически изотропный отклик даже при использовании регулярной упаковки элементов одного размера, что является проблемой в традиционных моделях МДЭ.

Важным преимуществом предложенного подхода к построению потенциалов/сил взаимодействия дискретных элементов является возможность реализации в рамках МДЭ различных моделей упругости и пластичности. В частности, для случая изотропных упругопластических сред реализована модель пластического течения с критерием Мизеса. Для этой цели проведена адаптация алгоритма Уилкинса [4] к методу частиц. В рамках адаптированного алгоритма после вычисления согласно (2) текущих значений удельных сил реакции элемента i на воздействия со стороны «соседей» k осуществляется их корректировка:

$$\begin{cases} \sigma'_{ik} = (\sigma_{ik} - \bar{\sigma}_{mean}^i)M_i + \bar{\sigma}_{mean}^i, \\ \tau'_{ik} = \tau_{ik}M_i, \end{cases} \quad (3)$$

где $M_i = \sigma_{pl}^i / \bar{\sigma}_{int}^i$, $\bar{\sigma}_{int}^i$ – текущее значение интенсивности напряжений в объеме элемента i , σ_{pl}^i – текущий радиус предельной поверхности. Показано, что соотношения (3) автоматически обеспечивают приведение средних напряжений в объеме дискретного элемента (1) к кругу текучести. В рамках двухмерной версии МДЭ проведена модификация алгоритма Уилкинса для плосконапряженного и плоскодеформированного приближений.

Принципиальным преимуществом МДЭ является способность непосредственного моделирования явлений разрушения материала (в том числе множественного) и соединения (сцепления) фрагментов, что учитывается через изменение состояния пары дискретных элементов (связанная пара \leftrightarrow несвязанная пара). Возможности развитого подхода к описанию взаимодействия дискретных элементов позволяют применять различные многопараметрические «силовые» критерии разрушения (Губера–Мизеса, Друкера–Прагера и т.д.) в качестве критериев разрыва межэлементных связей. Предложен способ вычисления этих критериев для пар связанных дискретных элементов. Он основан на том, что в соответствии с (1) в локальной системе координат взаимодействующей пары i – j некоторые компоненты тензора усредненных напряжений соответствуют удельным силам взаимодействия этих элементов, то есть являются «общими» для обоих элементов. В то же время остальные компоненты тензора являются различными для элементов i и j . Это приводит к вычислению в локальной системе координат пары i – j двух значений рассматриваемого критерия разрушения, соответствующих элементам i и j . При достижении одним из них порогового значения, определенного для данной пары, осуществляется разрыв межэлементной связи. Отличительными особенностями отношения несвязанных элементов являются, в частности, отсутствие сопротивления растяжению ($\sigma_{ij} \leq 0$) и тангенциальное взаимодействие в рамках какой-либо модели трения (закон Амонтона, модель Дитериха и т.д.). Также предложены некоторые критерии образования связанных пар дискретных элементов в результате контактного взаимодействия несвязанных элементов.

Работа выполнена в рамках проекта VII.64.1.8 Программы фундаментальных исследований СО РАН, а также при поддержке РФФИ (гранта №09-05-00968-а) и проекта программы Президиума РАН II.2.

Список литературы

1. Sibille L., Nicot F., Donze F.V., F. Darve // Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. 2007. V. 31, No 3. P. 457–481.
2. Jing L., Stephansson O. Fundamentals of discrete element method for rock engineering: theory and applications. Netherland: Elsevier, 2007.
3. Potyondy D.O., Cundall P.A. // Int. J. of Rock Mechanics and Mining Sciences. 2004. V. 41, No 8. P. 1329–1364.
4. Wilkins M.L. Computer simulation of dynamic phenomena. Berlin-Heidelberg-New-York: Springer-Verlag, 1999.

DEVELOPMENT OF THE FORMALISM OF THE PARTICLE METHOD FOR DESCRIBING DEFORMATION AND FRACTURE OF HETEROGENEOUS ELASTIC-PLASTIC MEDIA OF VARIOUS NATURE

E.V. Shilko

A general approach to the implementation of models of elasticity and plasticity of isotropic media within the framework of numerical discrete element method is proposed. The approach is based on building element interaction potentials/forces, which provide the response of element ensemble corresponding to the response of the simulated solid. The developed formalism makes possible the realization of various rheological models in the frame of the particle method to study deformation and fracture of solid-phase media of various nature.

Keywords: particle methods, discrete element method, element interaction force, models of elasticity and plasticity, fracture.