

УДК 539.3;534.1

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СВЯЗАННЫХ СИСТЕМ

© 2011 г.

С.В. Шлычков

Марийский государственный технический университет, Йошкар-Ола

shlychkovsv@marstu.net

Поступила в редакцию 15.06.2011

Анализируется поведение систем, состоящих из двух сопряженных областей, обладающих разной степенью нелинейности. При этом для любого момента времени поведение одной системы оказывает влияние на поведение другой и наоборот. Проводится сравнительный анализ связанных и парциальных систем, уточняется степень их связанности и анализируется ее влияние на поведение совокупной системы. В качестве связанных систем рассмотрены следующие типы: заключенный в тонкостенную конструкцию акустический воздушный объем; струна – балка. Расчетные модели созданы с помощью метода конечных элементов. Численные результаты сопоставляются с данными натурных экспериментов.

*Ключевые слова:* тонкостенная конструкция, собственные частоты, конечный элемент, модальный анализ.

### Введение

Под сопряженной (связанной) будем понимать систему, состоящую из двух или более сопряженных областей. При этом для любого момента времени поведение одной системы оказывает влияние на поведение другой и наоборот [1]. Расчет подобных систем актуален в самых различных областях науки. Чаще всего для решения подобных задач используется последовательный метод, представляющий два (или более) последовательных анализа, принадлежащих к разным инженерным дисциплинам. При этом результаты решения первого анализа в одной системе используются в качестве нагрузок для другой системы. Подобный метод эффективен для слабосвязанных систем. В ряде других случаев корректного решения задачи таким путем достичь не удастся. Это относится к примерам, когда результаты второго анализа меняют вводные данные для первого анализа. Считается, что такие системы обладают сильной степенью связанности. Настоящее исследование ставит своей целью проведение сравнительного анализа между парциальными [2] и связанными системами для выявления степени их сопряженности. Оно является логическим продолжением и развитием [3].

### Тонкостенная конструкция – акустический воздушный объем

В качестве тестовой решена задача по расчету собственных частот цилиндрической изотроп-

ной оболочки. Торцы оболочки считаются шарнирно-опертыми, внутренняя полость оболочки полностью заполнена акустической средой. Задача решается методом конечных элементов (МКЭ). Уравнения динамики упругой и акустической систем в связанной постановке [4] запишутся в виде

$$\begin{bmatrix} [M^s] & 0 \\ \rho[L]^T & [M^f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{q}\} \\ \{\ddot{p}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K^s] & -[L] \\ 0 & [K^f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q\} \\ \{p\} \end{Bmatrix} = 0.$$

Здесь  $[M^f]$  – матрица масс акустических конечных элементов (КЭ),  $[M^s]$  – матрица масс оболочечных КЭ,  $[K^f]$  – матрица жесткости акустических КЭ,  $[K^s]$  – матрица жесткости оболочечных КЭ,  $\{p\}$  – вектор узловых давлений,  $\{q\}$  – вектор узловых перемещений,  $\rho$  – плотность акустической среды,  $\rho[L]^T$  – добавленная матрица масс, учитывающая взаимодействие между граничными КЭ конструкции и КЭ акустической полости.

Матрицы жесткости и масс для связанного ансамбля КЭ получаются несимметричными в отличие от парциальных систем: оболочечной конструкции, ограждающей акустическую среду и акустической полости, ограниченной упругой ограждающей конструкцией. В этой связи для решения задачи на собственные значения используется алгоритм Ланцоша.

Определены низшие собственные частоты и формы колебаний для связанной системы и парциальных систем: акустическая полость, оболочка. Полученные спектры колебаний сопоставлены друг с другом, результаты систематизированы. Установлено, что спектр колебаний связанной системы не является суммой спектров парциаль-

ных систем. Выявлены принципиально новые формы колебаний, имеющие хаотический характер и являющиеся устойчивыми только в совокупной системе. Хаотические формы колебаний возникают в областях частот, расположенных в непосредственной близости к парциальным собственным частотам при условии их совпадения (или достаточно близкого расположения).

На основе разработанной расчетной модели рассмотрены и решены задачи со связанными упруго-акустическими системами: колебания акустической панели и воздушного объема, связанного с ней, вибрации корпуса гитары и акустического резонатора. Результаты сопоставлены с данными натурных экспериментов. Варьируя упругие постоянные материалов, геометрию корпуса, можно получить амплитудно-частотные характеристики, близкие к желаемому эталону.

### Струна–балка

Рассматриваются свободные колебания механической системы, состоящей из балки с квадратным поперечным сечением, один конец которой жестко зашпелен, и предварительно натянутой струны, один конец которой крепится к балке, другой закреплен (рис. 1).

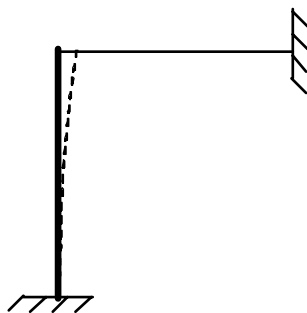


Рис. 1

Расчетная модель строится с помощью программного комплекса ANSYS. Для создания дискретной модели балки используются балочные КЭ, для моделирования струны используются стержневые КЭ. Предварительное натяжение струны задается посредством специальной программной опции путем ввода численного значения начальной деформации струны. Затем производится статический расчет конструкции и определяются поля перемещений и деформаций – начальное напряженно-деформированное состоя-

ние. Оно представлено на рис. 1 штриховой линией. После этого методом итераций в подпространстве собственных векторов производится расчет спектра колебаний в области до 1.5 кГц как для связанной конструкции, так и для отдельных систем.

Анализ полученных результатов показывает, что частоты связанной системы в целом ниже, чем у парциальных систем, что объясняется меньшей силой натяжения струны у составной конструкции. Следует отметить появление дополнительных частот, на которых форма колебаний струны имеет сложную пространственную конфигурацию [5]. Подобные расчеты были произведены для структур с близкими инерционными свойствами: весовые параметры струны и балки принимались одного порядка, а также для различных сил натяжения струны.

Анализ полученных данных не выявил новых закономерностей: имеет место понижение частот, связанных с вибрациями струны, перестают реализовываться высокие балочные формы, возникают дополнительные частоты с хаотическими колебаниями.

Реализованный подход позволяет для нелинейных моделей находить новые неизвестные ранее устойчивые режимы в дополнение к известным. Изменяя параметры системы, можно прогнозировать возникновение хаотических колебаний, избегать или смещать их в нужном направлении.

*Работа выполнена при поддержке ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.*

### Список литературы

1. Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов. М.: Мир, 1987. 524 с.
2. Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний. М.: Наука, 1964. 440 с.
3. Шлычков С.В. Динамика упруго-акустических систем // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2010. №2. С. 48–56.
4. Zienkiewicz O.C., Newton R.E. Coupled vibrations of a structure submerged in a compressible fluid // Proc. Symposium of Finite Element Techniques. University of Stuttgart, Germany. 1969.
5. Мун Ф. Хаотические колебания: Вводный курс для научных работников и инженеров М.: Мир, 1990. 312 с.

**RESEARCH ON THE DYNAMIC PROPERTIES OF CONNECTED SYSTEMS***S. V. Shlychkov*

The paper analyses the behaviour of systems composed of two coupled areas with different degrees of non-linearity. For any point in time, the behavior of one system affects the behavior of the other and vice versa. A comparative analysis of coupled and partial systems is done, the degree of their coupling is specified, and its impact on the behavior of the aggregate system is analyzed. The connected systems include the following types: thin-wall structure - acoustic air volume enclosed in it; string-beam. Computational models are constructed using finite element method. Numerical results are compared with the data of natural experiments.

*Keywords:* thin-wall structure, natural frequencies, finite element, modal analysis.