

УДК 539.3:539:374:539.43

## О РОЛИ НАКОПЛЕННОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ В ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ

© 2011 г.

Б.Ф. Шорр, Ю.М. Темис

Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, Москва

shorr@ciam.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

На основе экспериментально-теоретического анализа показано, что используемое в теории пластичности понятие накопленной пластической деформации информативно для знакопеременного нагружения, только если относить накопленную деформацию к ее величине при разрушении, которую следует рассчитывать по среднему размаху пластической деформации за процесс.

*Ключевые слова:* теория пластичности, накопленная пластическая деформация (параметр Одквиста), знакопеременное нагружение, нестабильные циклы.

1. Понятие «накопленная пластическая деформация» (параметр Одквиста, НПД), которую в одномерной постановке определяют как

$$\epsilon_{p*} = \int |d\epsilon_p|,$$

широко применяется в теории пластичности в качестве параметра изменения механических характеристик материала при деформационном упрочнении или разупрочнении, а иногда и в качестве критерия разрушения от малоциклового усталости (МЦУ). Использовать понятие НПД имеет смысл только при знакопеременном нагружении, так как при однонаправленном нагружении с разгрузками и повторными нагружениями в том же направлении или в противоположном, но только в упругой области, НПД совпадает с фактической пластической деформацией  $\epsilon_p$ , меняясь в пределах от  $\epsilon_{p*} = 0$  до относительной остаточной деформации  $(\epsilon_{p*})_{\text{разр}} = \delta$  (для большинства конструкционных материалов примерно до 30–50%). Но практика расчетов при знакопеременных упругопластических деформациях, в частности расчетов на МЦУ, показала, что в ряде таких задач при использовании НПД возникают проблемы, требующие специального рассмотрения. Те же проблемы относятся к использованию полной работы пластического деформирования

$$W_p = \int \sigma d\epsilon_p$$

в качестве вышеуказанных критериев деформационного изменения характеристик материала и разрушения от МЦУ.

2. Постоянные циклы упругопластического деформирования возможны только при стабильном состоянии материала и постоянных услови-

ях нагружения. За каждый полупериод нагружения значение НПД увеличивается на величину размаха пластической деформации (ширину петли гистерезиса)  $\Delta\epsilon_{p*} = \Delta\epsilon_p \geq 0$ , тогда за  $N$  полупериодов  $\Delta\epsilon_{p*} = N\Delta\epsilon_p$ . При размахах до  $\Delta\epsilon_p \approx 10^4$ – $10^5$  число полупериодов до разрушения  $N_{\text{разр}}$  достаточно надежно вычисляется по формуле Коффина – Менсона  $\Delta\epsilon_p N_{\text{разр}}^m \approx \delta$  при  $m \approx 0.5$ – $0.6$ , откуда

$$(\epsilon_{p*})_{\text{разр}} N_{\text{разр}}^{m-1} \approx \delta.$$

В логарифмических координатах экспериментальные зависимости представляются лучами  $OB$  и  $OC$  (рис. 1); точки  $B$  и  $C$  отвечают значению  $\Delta\epsilon_p$  в некоторой точке  $A$ . Величина НПД может достигать 500 и более процентов, которые несоизмеримы с пластической деформацией при однонаправленных испытаниях. Но относительная величина НПД

$$\bar{\epsilon}_{p*}(N) = \epsilon_{p*}(N) / (\epsilon_{p*})_{\text{разр}} = N / N_{\text{разр}} = \Pi(N),$$

характеризующая повреждаемость материала  $\Pi(N)$ , меняется в таких же пределах  $0 \leq \Pi(N) \leq 1$ , что и отношение  $\epsilon_p / \delta$  при однонаправленном нагружении.

3. Переменные циклы при стабильном состоянии материала возникают при меняющихся условиях нагружения (кривые  $AD$  для  $\Delta\epsilon_p$  и  $AE$  для  $\epsilon_{p*}$  на рис. 1). Величине  $\epsilon_{p*}$ , которая при расчетах вычисляется суммированием размахов  $\Delta\epsilon_p$ , соответствует средний за расчетное число полупериодов  $N$  размах  $\Delta\epsilon_{pm} = \epsilon_{p*} / N$  (на рис. 1 принятый совпадающим с размахом в точке  $A$ ). При продолжении работы с тем же средним размахом  $\Delta\epsilon_{pm}$  разрушение наступит при числе  $N_{\text{разр}}$  (в тех же точках  $D$  и  $E$ ), которое определяется одной из рав-

нозначных формул

$$N_{\text{разр}} = [\delta / \Delta \epsilon_{pm}]^{1/m}$$

или

$$N_{\text{разр}} = [\delta / (\epsilon_{p*})_{\text{разр}}]^{1/(1-m)}$$

Переход от  $N$  к  $N_{\text{разр}}$  соответствует увеличению повреждаемости с  $\Pi = \bar{\epsilon}_{p*}(N)$  до  $\Pi = \bar{\epsilon}_{p*}(N_{\text{разр}}) = 1$ .

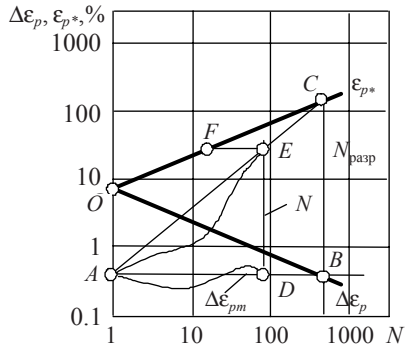


Рис. 1

4. При нестабильном состоянии материала ширина петель гистерезиса  $\Delta \epsilon_p$  меняется с каждым полуциклом, что при испытаниях требует их последовательных измерений, по которым подсчитывается функция  $\epsilon_{p*}(N)$ . По испытаниям до разрушения при разном уровне нагрузок определяется зависимость  $N_{\text{разр}}(\epsilon_{p*})$ , а также  $N_{\text{разр}}(\Delta \epsilon_{pm})$ , где  $\Delta \epsilon_{pm}$  – средний для всего испытания размах пластических деформаций. Строго говоря, полученные кривые относятся только к данному виду испытаний.

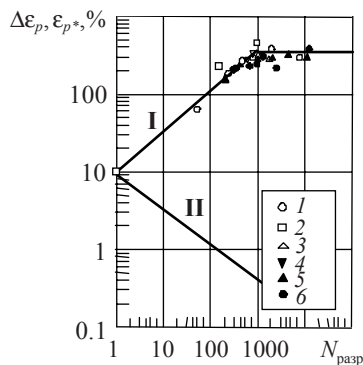


Рис. 2

В [1] была рассмотрена возможность обобщения частных зависимостей на другие процессы деформирования. На рис. 2 точками показаны значения НПД, полученные обработкой результатов циклических испытаний одного и того же умеренно нестабильного титанового сплава, проведенных авторами и другими исследователями. Условия испытаний: 1 – постоянная нагрузка, 2 – постоянная деформация, 3 – случайная общая де-

формация, 4 – случайная пластическая деформация, 5 – [2], 6 – [3]. Видно, что при  $\Delta \epsilon_p > 0.2\%$  допустима аппроксимация результатов всех опытов единой прямой  $\lg N_{\text{разр}}(\lg \epsilon_{p*}) - \text{I}$ , которой соответствует единая прямая  $\lg N_{\text{разр}}(\lg \Delta \epsilon_{pm}) - \text{II}$ . Это позволяет проводить расчеты на МЦУ при нестабильном состоянии данного материала так же, как при стабильном. Для других материалов такую возможность требуется подтвердить аналогичными испытаниями. При большем числе циклов  $N_{\text{разр}}$ , когда деформация становится практически чисто упругой и  $\Delta \epsilon_p \rightarrow 0$ , величина  $\epsilon_{p*}$  перестает быть информативной.

5. Расчет параметров циклов при нестабильном состоянии материала возможен, если известно, как меняются параметры цикла (например, ширина упругой области  $h_e$ ) в зависимости от параметра  $\chi$ , отражающего влияние степени повреждения материала. В ряде работ по теории пластичности предполагается, что параметр  $\chi$  равен текущему значению  $\epsilon_{p*}$ , причем зависимости типа  $h_e(\epsilon_{p*})$  могут быть установлены экспериментальным путем без ограничения на величину  $\epsilon_{p*}$ . Но при однонаправленном нагружении с разгрузками, выявляющими связь  $h_e$  с  $\epsilon_p$ , это возможно только в пределах  $\epsilon_{p*} \leq \delta$ . А при циклических испытаниях, как это видно, например из сопоставления точек E и F на рис. 1, каждому значению  $\epsilon_{p*}$  может соответствовать любая степень повреждения – от  $\Pi \approx 0$  при большом числе малых размахов  $\Delta \epsilon_{pm}$ , близких к упругим, до  $\Pi \approx 1$  при малом числе больших размахов. Поэтому однозначно связывать НПД с повреждаемостью и с оценкой изменения параметров цикла невозможно.

С другой стороны, выше было показано, что при стабильном состоянии материала повреждаемость определяется отношением

$$\bar{\epsilon}_{p*}(N) = \epsilon_{p*}(N) / (\epsilon_{p*})_{\text{разр}}$$

которому отвечает средний размах  $\Delta \epsilon_{pm} = \epsilon_{p*} / N$ . Естественно принять, что и при нестабильном состоянии критерием повреждаемости может быть относительная накопленная пластическая деформация  $\bar{\epsilon}_{p*}(N)$ , от которой должны зависеть переменные параметры цикла. Зависимости этих параметров от  $\bar{\epsilon}_{p*}$  можно найти проведением испытаний на МЦУ по мягкому циклу, а зависимость  $h_e(\bar{\epsilon}_{p*})$  дают даже однонаправленные испытания с разгрузками до начала пластической деформации противоположного знака. Эксперименты (пока еще ограниченные) подтверждают обоснованность такого подхода.

6. Для расчетов при сложных напряженных состояниях и простом (пропорциональном) нагру-

жении размахи пластической деформации заменяются на размахи интенсивности  $\Delta\epsilon_{pi}$ , по которым рассчитывается относительная накопленная интенсивность  $\bar{\epsilon}_{\Sigma_i}^p(N)$ .

Проблема выделения параметра  $\chi$ , эквивалентного  $\bar{\epsilon}_{\Sigma_i}^p(N)$  при сложных траекториях нагружения, требует дальнейших экспериментальных и теоретических исследований.

#### Список литературы

1. Putchkov I.V., Temis Y.M., Dowson A.L., Damiri D. // Int. J. Fatigue, 1995. Vol. 17, No 6. P. 385–398.
2. Winstone M.R., Weaver M.J.D // Ti-Science and Technology. Proc.5th Int. Conf. on Ti, Munich, 1984. P. 2275–2280.
3. Plumbridge W.J., Stanley M. // Int. J. Fatigue. 1986. No 8. P. 209.

### ON THE ROLE OF ACCUMULATED PLASTIC DEFORMATION IN THE THEORY OF PLASTICITY

*B.F. Shorr, Yu.M. Temis*

Based of experimental-theoretical analysis, it is shown that the concept of accumulated plastic deformation (Odkvist's parameter), which is widely used in the theory of plasticity, is relevant for sign-varying loading only if this parameter is referred to its value at damage; the latter must be calculated depending on the mean range of plastic deformation during the process.

*Keywords:* theory of plasticity, cumulated plastic deformation (Odkvist's parameter), sign-varying loading, unstable cycles.