

УДК 539.376

РАСЧЕТ ПЛАСТИН ДВОЙНОЙ КРИВИЗНЫ ИЗ АНИЗОТРОПНЫХ СПЛАВОВ ПРИ ПОЛЗУЧЕСТИ

© 2011 г.

И.А. Банщикова

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

binna@ngs.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Рассмотрены задачи изгиба пластин из сплавов, обладающих свойством более слабого деформирования по нормали к листу при ползучести. Вычисления показали замедление процесса деформирования для задачи кручения пластины в знакопеременную седлообразную поверхность и ускорение процесса деформирования для задач изгиба пластины в поверхность цилиндрической формы в сравнении с расчетом в изотропной постановке. Выполнено сравнение результатов расчета, полученных с помощью различных методик в одно-, двух- и трехмерных постановках для пластин из сплавов АК4-1Т и В95.

Ключевые слова: ползучесть, анизотропные сплавы, изгиб, кручение квадратной пластины, конечно-элементный расчет.

Ввиду физической нелинейности задач ползучести учет различных свойств современных конструкционных материалов, таких как анизотропия, разносопротивляемость растяжению и сжатию, существенно усложняет разработку методов расчета. Рассматривается случай анизотропии материала, когда скорость деформаций одномерной ползучести связана с напряжением соотношением $\eta = B\sigma^n$, где коэффициент B меняется в зависимости от направления, а константа материала n одинакова для всех направлений. При произвольном напряженном состоянии процесс ползучести можно описать в виде $\eta_{ij} = \partial\Phi / \partial\sigma_{ij}$, $\Phi = T^{n+1} / (n+1)$, где η_{ij} , σ_{ij} – компоненты тензора скоростей деформаций ползучести и напряжений, Φ – скалярная потенциальная функция тензора напряжений, T^2 – квадратичная форма напряжений, которая для ортотропного несжимаемого материала в осях координат, совмещенных с главными осями анизотропии, имеет вид [1]:

$$T(\sigma_{ij}) = (A_{11}(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + A_{22}(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + A_{33}(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + 2A_{12}\sigma_{12}^2 + 2A_{23}\sigma_{23}^2 + 2A_{31}\sigma_{31}^2)^{1/2}. \quad (1)$$

Коэффициенты A_{ij} определяются экспериментально. Для скоростей деформаций ползучести

$$\eta_{ij} = d\varepsilon_{ij}^c / dt$$

имеем (остальные компоненты получаются циклической перестановкой индексов):

$$\eta_{11} = T^{n-1}((A_{22} + A_{33})\sigma_{11} - A_{33}\sigma_{22} - A_{22}\sigma_{33}),$$

$$\eta_{12} = 2T^{n-1}A_{12}\sigma_{12}. \quad (2)$$

Считаем, что направление η_{33} совпадает с нормалью к пластине. Рассмотрим случай, когда $\eta_{11} = \eta_{22}$, $\eta_{33}/\eta_{22} = k$. «Коэффициент анизотропии» по нормали к пластине k определяется осреднением отношения изменения размера по толщине пластины (то есть в направлении нормали к листу) к изменению размера по ширине плоского образца при различных степенях осевой деформации из экспериментов на растяжение. Анизотропия такого рода может быть связана с последствиями более интенсивной прокатки исходной заготовки. Учитывая, что $\eta_{33}/\eta_{22} = A_{22}/A_{33}$ и $A_{11} = A_{22}$, найдем коэффициенты квадратичных форм:

$$A_{11} = A_{22} = \frac{kB^{2/(n+1)}}{k+1}, \quad A_{33} = \frac{B^{2/(n+1)}}{k+1}, \quad (3)$$

$$A_{12} = \frac{(k+2)B^{2/(n+1)}}{k+1}.$$

Применительно к формообразованию самолетных панелей в режимах ползучести особый интерес для тестирования представляют задачи изгиба (кручения) квадратной пластины, реализуемые экспериментально. Компоненты (2), используя гипотезы Кирхгофа с учетом (3) преобразуется к виду

$$\eta_{11} = T_0^{n-1}B^{2/(n+1)}\left(\sigma_{11} - \frac{\sigma_{22}}{k+1}\right),$$

$$\eta_{22} = T_0^{n-1}B^{2/(n+1)}\left(\sigma_{22} - \frac{\sigma_{11}}{k+1}\right),$$

$$\eta_{12} = T_0^{n-1}B^{2/(n+1)}\tau_{12}(k+2)/(k+1),$$

$$T_0^2 = B^{2/(n+1)} \left(\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 - \frac{2\sigma_{11}\sigma_{22}}{k+1} + \frac{2(k+2)\sigma_{12}^2}{k+1} \right) \quad (4)$$

Для решения задач изгиба (кручения) пластин можно использовать упрощенную методику расчета, основанную на интегральных величинах в предположении установившейся ползучести – зависимости скоростей кривизны χ_{ij} от моментов M_{ij} [2]. Другой способ решения задач кручения и изгиба пластин предполагает, что полные деформации состоят из упругих деформаций и деформаций ползучести. В начальный момент пластина деформируется упруго, с учетом гипотез Кирхгофа для полных деформаций имеем систему уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{11} - \nu\sigma_{22}}{E} + \varepsilon_{11}^c &= \chi_{11}x_3, \\ \frac{\sigma_{22} - \nu\sigma_{11}}{E} + \varepsilon_{22}^c &= \chi_{22}x_3, \\ \frac{\sigma_{12}(1+\nu)}{E} + \varepsilon_{12}^c &= \chi_{12}x_3, \end{aligned} \quad (5)$$

где E – модуль упругости, ν – коэффициент Пуассона, $-h/2 \leq x_3 \leq h/2$, h – толщина пластины. Уравнения (4), (5) с интегральными уравнениями для моментов $M_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij}x_3 dx_3$, с начальными и краевыми условиями (задан крутящий момент $M_{12} = M$ при изгибе пластины в седлообразную поверхность и заданы $M_{22} = M$ и $\chi_{11} = 0$ при изгибе в цилиндрическую поверхность) сводятся к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка относительно деформаций в точках разбиения пластины по толщине. В процессе решения этой системы на каждом шаге по времени определяются кривизны $\chi_{ij}(t)$. Протестирована также модель анизотропной ползучести в трехмерной постановке с использованием конеч-

но-элементного пакета. В [3] представлены результаты вычислений в предположении более слабого деформирования материала в направлении оси x_3 для сплава АК4-1Т ($T = 180$ °С) четырьмя способами: метод 1 – оценка путем сведения решения к интегральным величинам в предположении установившейся ползучести; метод 2 – решение системы (4), (5); методы 3 и 4 – расчет с использованием конечно-элементной модели в трехмерной геометрически-линейной и геометрически-нелинейной постановках соответственно. Расчеты показали замедление процесса деформирования для задачи кручения пластины ($-0.1 \leq x_i \leq 0.1$ м ($i = 1, 2$), толщина $h = 20$ мм) в знакопеременную седлообразную поверхность и ускорение процесса деформирования для задач изгиба пластины в поверхность цилиндрической формы в сравнении с расчетом в изотропной постановке. На рис. 1а изображены аналогичные результаты расчетов кривизны для пластины $-0.09 \leq x_i \leq 0.09$ м ($i = 1, 2$), $h = 8.7$ мм, изгибаемой моментом $M_{22} = M = 5.9 \cdot 10^{-3}$ МПа·м/м, $M_{11} = 0$, $t = 2$ ч в цилиндрическую поверхность при $k = 1$ (сплошные линии 1, 3, 5, 7) и $k = 1.5$ (штриховые линии 2, 4, 6, 8) для сплава В95 ($T = 180$ °С) при $B = 9.5 \times 10^{-23}$ (МПа) ^{n} с⁻¹, $n = 6.7$, $\nu = 0.4$, $E = 56500$ МПа. Линии 1, 2 рассчитаны методом 1; линии 3, 4 – методом 2; линии 5, 6 – методом 3, линии 7, 8 – методом 4.

Все расчеты свидетельствуют об ускорении процесса деформирования, что подтверждается экспериментально.

Вычисления для задачи кручения пластины в поверхность седлообразной формы $M_{12} = M = 2.95 \cdot 10^{-3}$ МПа·м/м с использованием всех четырех методов (рис. 1б) показали замедление процесса деформирования в сравнении с расчетом в изотропной постановке. Линии 7, 8, полученные методом 4, свидетельствуют о том, что в случае достаточно тонкой пластины необходим учет де-

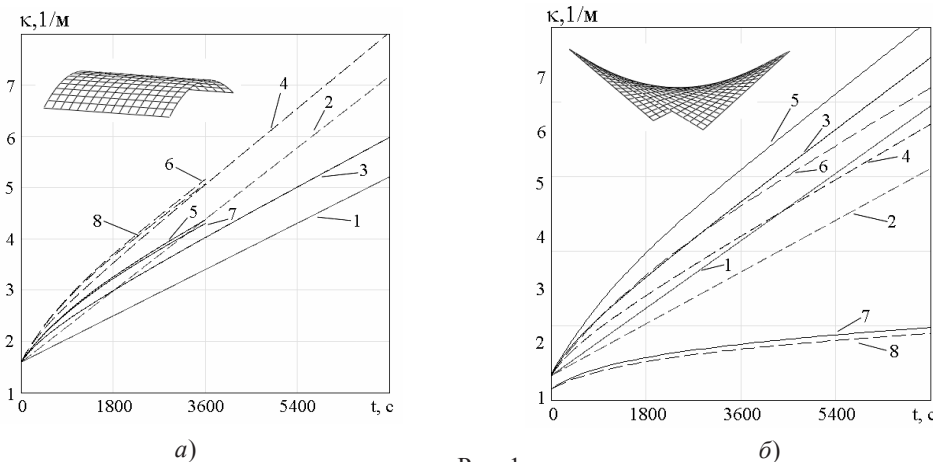


Рис. 1

формаций срединной поверхности.

Все рассмотренные методики можно использовать для оценки влияния анизотропии на процесс деформирования. Неучет деформационно-прочностных особенностей поведения материалов при решении прикладных задач формообразования деталей и прогнозировании их дальнейшей эксплуатации может приводить к существенным ошибкам.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №11-01-00522 и 11-08-00845).

Список литературы

1. Соснин О.В. Об анизотропной ползучести материалов // ПМТФ. 1965. №6. С. 99–104.
2. Соснин О.В., Горев Б.В. О некоторых особенностях ползучести листовых материалов // Динамика сплошной среды: Сб. научн. тр. Новосибирск. 1970. Вып. 4. С. 5–10.
3. Банщикова И.А. Деформирование металлических пластин при анизотропной ползучести // Краевые задачи и математическое моделирование: Тематич. сб. науч. статей. В 3 т. Т. 1. / Под общ. ред. В.О. Каледина. Новокузнецк. 2010. С. 32–36.

CALCULATION OF DOUBLE CURVATURE PLATES OF ANISOTROPIC ALLOYS UNDER CREEP

I.A. Bانشchikova

Problems of bending of a square plates of alloys with the property of a weaker deformation in the direction of thickness under creep are considered. Calculations have shown a delay of deformation process for the problem of plate twisting in a sign-variable saddle surface and the acceleration of the deformation process for the problem of plate bending in a surface of the cylindrical form in comparison with calculation results in an isotropic statement. The results of the calculations obtained using various methods in two and three-dimensional statements for plates of the AK4-1T and B95 alloys are compared.

Keywords: creep, anisotropic alloys, bending, twisting of a square plate, finite element analysis.