

УДК 539.3:517.958

**О СПЕКТРЕ ОДНОМЕРНЫХ КОЛЕБАНИЙ
В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КОМБИНИРОВАННОЙ СЛОИСТОЙ СРЕДЕ**

© 2011 г.

В.В. Шумилова, А.С. Шамаев

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

v.v.shumilova@mail.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Рассмотрена математическая модель малых перемещений вдоль оси x для периодической комбинированной среды, состоящей из взаимно чередующихся слоев вязкоупругого материала и вязкой сжимаемой жидкости. Построена усредненная модель и исследованы спектральные свойства предельной задачи, соответствующей этой модели. Проведено сравнение спектральных свойств первоначального вязкоупругого материала при отсутствии жидкости и вязкоупругого материала с долговременной памятью, являющегося предельным для комбинированного слоистого материала.

Ключевые слова: спектр, комбинированная среда, вязкоупругость, вязкая сжимаемая жидкость, усредненная модель.

Рассматривается ε -периодическая комбинированная среда, состоящая из взаимно чередующихся слоев вязкоупругого материала и вязкой сжимаемой жидкости. Предполагается, что все слои направлены перпендикулярно одной из координатных осей, например оси x , причем ширина каждого «жидкого» слоя равна εh ($h < 0.5$), а ширина каждого «вязкоупругого» слоя равна $\varepsilon(1 - h)$. Для данной комбинированной слоистой среды выписывается математическая модель малых перемещений на ограниченном интервале длины L оси x в предположении, что перемещения происходят только вдоль оси x . С использованием результатов работы [1] для исходной модели приводится ее усредненная модель, которая соответствует задаче, описывающей малые перемещения вдоль оси x для сплошного вязкоупругого материала с долговременной памятью.

Спектр предельного вязкоупругого материала с долговременной памятью

Проводится спектральный анализ усредненной модели, соответствующей первоначальной модели для ε -периодической комбинированной слоистой среды. Доказывается, что существует такое положительное число K , что при $L \leq K$ спектр усредненной задачи является вещественным, а при любой длине $L > K$ спектр вместе с вещественной частью может содержать только конечное число комплексно-сопряженных значений. Это означает, что при $L \leq K$ собственные колебания предельного вязкоупругого материала

с долговременной памятью отсутствуют.

Спектр первоначального вязкоупругого материала при отсутствии жидкости

Исследуется спектр задачи, описывающей малые перемещения вдоль оси x для первоначального вязкоупругого материала при отсутствии жидкости ($h = 0$). Доказывается, что, как и в рассмотренном ранее случае, существует такое положительное число M , что при $L \leq M$ спектр задачи является вещественным, а при любой длине $L > M$ спектр задачи вместе с вещественной частью может содержать только конечное число комплексно-сопряженных значений. Следовательно, при $L \leq M$ собственные колебания первоначального вязкоупругого материала без жидкости отсутствуют.

Сравнение спектральных свойств

С помощью ранее полученных результатов сравниваются спектральные свойства первоначального вязкоупругого материала при отсутствии жидкости и вязкоупругого материала с долговременной памятью, являющегося предельным для ε -периодического комбинированного слоистого материала.

Список литературы

1. Шамаев А.С., Шумилова В.В. // Изв. РАН. МЖТ. 2011. №2. С. 92–103.

**ON THE SPECTRUM OF ONE-DIMENSIONAL OSCILLATIONS
IN A PERIODIC COMBINED LAYERED MEDIUM***V.V. Shumilova, A.S. Shamaev*

A mathematical model describing small oscillations along the x -axis in a periodic combined medium consisting of mutually alternating layers of a viscoelastic material and a viscous compressible fluid is considered. For this model, a homogenized model is developed and the spectral properties of a limiting problem corresponding to the homogenized model are studied. The spectral properties are compared for the original viscoelastic material without fluid and for the limiting viscoelastic material with long-term memory corresponding to the combined layered material.

Keywords: spectrum, combined medium, viscoelasticity, viscous compressible fluid, homogenized model.