

УДК 539.3

ДРОБНО-ЛИНЕЙНЫЙ ЗАКОН УСТАНОВИВШЕЙСЯ ПОЛЗУЧЕСТИ: ОБЗОР ПОЛУЧЕННЫХ РЕШЕНИЙ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ ТРЕЩИН

© 2011 г.

Т.Б. Элекина

Самарский госуниверситет

tatyana.elekina@yandex.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Получены приближенные аналитические решения задач о трещине, находящейся в условиях поперечного сдвига, а также под действием смешанного нагружения (нормальный отрыв и поперечный сдвиг) в материале, подчиняющемся дробно-линейному закону теории установившейся ползучести в условиях плоского деформированного и плоского напряженного состояния. Найдены поля напряжений и скоростей деформаций ползучести у вершины трещины в образце, подвергнутом смешанному нагружению (отрыв и поперечный сдвиг) при различных значениях параметра смешанности нагружения, определяющего вид нагружения. Показано, что поле напряжений состоит из клинообразных областей, внутри которых напряжения и деформации определяются различными функциональными зависимостями. Показано, что дробно-линейный закон ползучести, в отличие от степенного закона, позволяет в рамках единой функциональной зависимости описать как существенно нелинейное соотношение между напряжениями и скоростями деформаций, так и линейную зависимость, что, в свою очередь, дает возможность построить непрерывное распределение радиальной компоненты тензора напряжений в окрестности вершины для трещины отрыва в условиях плоского напряженного состояния и для трещин, находящихся в условиях смешанного деформирования.

Ключевые слова: слова: дробно-линейный закон теории установившейся ползучести, смешанное нагружение, асимптотика полей напряжений и скоростей деформаций у вершины трещины.

О смешанном деформировании элементов конструкций с дефектами

В последнее время смешанное деформирование элементов конструкций с трещиной, находящейся под действием сложной системы нагрузок в условиях пластического деформирования, ползучести, циклической нагрузки, вызывает особый интерес [1, 2]. В настоящем исследовании получено приближенное решение задачи о трещине, находящейся под одновременным действием растягивающей и сдвигающей нагрузки в материале, подчиняющемся дробно-линейному закону теории установившейся ползучести в предположении реализации плоского деформированного состояния. Вид нагружения характеризуется параметром смешанности нагружения, принимающим нулевое значение для трещины поперечного сдвига; значение, равное единице для чистого растяжения и значение из интервала $0 < M^p < 1$ для смешанного нагружения образца с трещиной. Цель настоящего исследования – изучение полей напряжений и скоростей деформации ползучести вблизи вершины трещины в условиях смешанного нагружения в материале, подчиняющемся дробно-линейному закону теории установившейся ползучести.

Приближенное аналитическое решение задачи определения напряженно-деформированного состояния у вершины трещины

Выполнен расчет поля напряжений у вершины трещины в условиях смешанного нагружения в материале с дробно-линейным законом ползучести [3]. Анализ полей напряжений и деформаций (скоростей деформаций) в окрестности вершины трещины или углового выреза составляет одну из основных задач механики трещин и механики разрушения в целом. Сейчас развитие современной механики деформируемого твердого тела по мере накопления экспериментальных данных идет по пути постепенного усложнения и уточнения определяющих соотношений, связывающих напряжения и деформации (скорости деформаций). В рамках теории установившейся ползучести широкое распространение получил степенной закон. Хорошо известны также экспоненциальный закон и закон гиперболического синуса. В [3] С.А. Шестериковым были предложены принципиально другие определяющие уравнения теории установившейся ползучести, материальные константы в которых имеют четкий фи-

зический смысл. Частным случаем предложенных определяющих уравнений является дробно-линейный закон ползучести, имеющий в случае одноосного нагружения вид: $\dot{\epsilon} = B\sigma/(\sigma_b - \sigma)$, где σ – напряжение, $\dot{\epsilon}$ – скорость деформации ползучести, B, σ_b – константы материала. Постоянная σ_b может трактоваться как некоторая обобщенная характеристика длительной прочности на выбранном отрезке времени работы рассматриваемого элемента конструкции. Можно также рассматривать σ_b как характеристику мгновенной прочности, находимую из опытов на одноосное разрушение. В любом случае σ_b определяется достаточно надежно и имеет ясный физический смысл. Параметр B является характеристикой, определяющей скорость деформирования. При обработке конкретных экспериментальных данных эти параметры определяются достаточно устойчиво. Также дробная модель может описывать линейную ползучесть при малых напряжениях и различие характеристик длительной прочности при растяжении и сжатии.

С точки зрения механики разрушения интерес представляет определение полей напряжений и скоростей деформаций ползучести в окрестности вершины трещин различных типов при использовании дробно-линейной аппроксимации. Асимптотическое решение задачи отыскивалось в форме [4]

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \sigma_{ij}^{(0)}(\theta) + r^\alpha \sigma_{ij}^{(1)}(\theta) + o(r^\alpha),$$

$$\sigma_e(r, \theta) = 1 - r^\alpha \sigma^{(1)}(\theta) + o(r^\alpha), \quad \alpha > 0.$$

где $\sigma_{ij}^{(k)}(\theta)$ – функции, подлежащие определению. Для нахождения главного члена асимптотическо-

мирования для $M^p = 1/4$ показаны на рис. 1 знаком «плюс» (сплошные линии соответствуют аналитическому решению).

Результаты и выводы

Дробно-линейный закон ползучести, в отличие от степенного закона, позволяет в рамках единой функциональной зависимости описать как существенно нелинейное соотношение между напряжениями и скоростями деформаций, так и линейную зависимость, что, в свою очередь, дает возможность построить непрерывное распределение радиальной компоненты тензора напряжений в окрестности вершины для трещины отрыва в условиях плоского напряженного состояния и для трещин, находящихся в условиях смешанного нагружения. Выявлен характер особенностей скоростей деформаций вблизи вершины трещины в материале с дробно-линейным законом. Вблизи вершины трещины (как для трещин отрыва и сдвига, так и для трещины в условиях смешанного деформирования) имеет место эффект зависимости показателя сингулярности от угла наклона радиуса к трещине. Решение проливает свет на поле деформаций у устья трещины в идеально пластическом материале, поскольку условие наступления предельного состояния аналогично условию наступления пластического течения по Мизесу.

В отличие от задач теории идеальной пластичности при определении кинематики пластического течения у вершины трещины, когда можно отыскать лишь некоторые характерные особенности поля деформаций, в рамках развитого под-

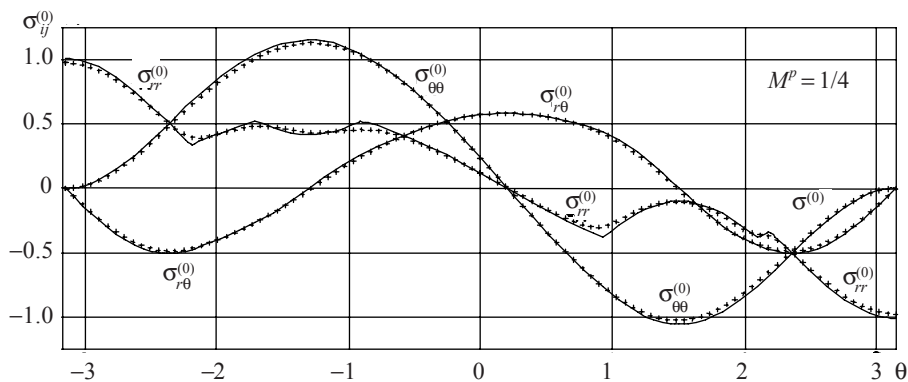


Рис. 1

го разложения компонент тензора напряжений получалась система уравнений, состоящая из уравнений равновесия и условия наступления предельного состояния. Результаты решения этой системы уравнений в случае смешанного дефор-

хода удается определить поле скоростей деформаций в каждом из секторов.

Исследование проводилось совместно с Л.В. Степановой.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №08-08-00971).

Список литературы

1. Pan J., Lin C. // Engng. Fracture Mechanics. 2006. V. 73. P. 1797–1813.

2. Шлянников В.Н., Кислова С.Ю. // Изв. Саратов. ун-та. Сер. Математика. Механика. Информатика. 2009. Т. 9. Вып. 1. С. 77–84.

3. Шестериков С.А. Избранные труды. М.: МГУ, 2007. 242 с.

4. Степанова Л.В. Математические методы механики разрушения. М.: Физматлит, 2009. 336 с.

LINEAR-FRACTIONAL CREEP LAW OF STEADY-STATE CREEP: REVIEW OF THE SOLUTIONS OBTAINED FOR THE BOUNDARY VALUE PROBLEMS OF FRACTURE MECHANICS

T.B. Elekina

Approximate solutions of the near crack tip stress and strain fields in a creeping material with the linear-fractional creep law under mixed loading conditions are presented and discussed. It is assumed that the cracked specimen is subjected to mixed loading when the normal and shear load are simultaneously applied. The stress and creep strain rate fields for different values of the mixity parameter characterizing the mixed loading are obtained. It is shown that there are several characteristic sectors in the vicinity of the crack tip where the stress field is determined by the different formulae. The sectors can be assembled subject to the boundary conditions and continuity of tractions across the sectors boundaries. The comparison of the analytical and numerical solutions is given. The creep strain rate tensor components in the neighborhood of the crack tip are shown to be singular. It is shown that the linear-fractional creep law as distinct from power creep law allows to describe the essentially nonlinear dependence between stress and creep strain rate in the vicinity of the crack tip and the linear relation at low level of the load and in turn allows to construct the continuous distribution of the radial stress near the crack tip.

Keywords: linear-fractional law of steady-state creep, mixed loading, asymptotics of stress-strain state near the crack tip.