

УДК 539.3

МНОГОКРАТНЫЕ ПЕРЕОТРАЖЕНИЯ ПРОДОЛЬНОЙ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ВОЛНЫ В УПРУГОМ ТЕЛЕ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ С НЕПЛОСКИМИ ГРАНИЦАМИ

© 2011 г.

Н.В. Боев

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

bojev@math.rsu.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

В рамках геометрической теории дифракции исследуется амплитуда и траектория продольной ультразвуковой волны в трехмерном упругом теле конечных размеров, граничная поверхность которого может быть произвольной кусочно-гладкой поверхностью.

Ключевые слова: геометрическая теория дифракции, ультразвуковая волна, физическая теория дифракции Кирхгофа, метод многомерной стационарной фазы.

Продольная монохроматическая волна вводится в упругое тело ультразвуковым датчиком с его поверхности. Распространяющаяся продольная волна при взаимодействии с граничной поверхностью в общем случае допускает отражение в продольную (p - p отражение) и трансформацию в поперечную волну (p - s трансформация). Поскольку продольная составляющая отражения волны имеет большую скорость, то она фиксируется приемником первой и является весьма информативной о форме границы упругого тела.

Рассматриваемая задача имеет геометрическую и механическую составляющие.

Геометрическая часть задачи состоит в расчете траектории многократно переотраженного луча, вдоль которого распространяется ультразвуковая волна, от граничной поверхности, которая может иметь сложную форму. Для трехмерного тела форма луча представляет собой пространственную ломаную линию, которая определяется направлением вводимого начального луча и формой отражающих поверхностей. Тело конечных размеров отнесено к глобальной декартовой системе координат, в которой считается известным уравнение граничной поверхности. По уравнению поверхности в каждой ее точке определяются базисные орты локальной декартовой системы координат, определяемой нормалью к поверхности и касательными линиями кривизны поверхности. Расчет траектории луча основан на решении геометрических задач: нахождении точек пересечения прямой с поверхностью, законах отражения лучей от поверхности. При этом используются матрицы перехода от одной декартовой системы к другой, элементы которых выписываются через

скалярные произведения базисных векторов.

Механическая часть задачи состоит в расчете перемещений в конечной точке построенного луча. Построенное асимптотическое решение на основе модификации физической теории дифракции Кирхгофа основано на использовании интегрального представления Сомильяны [1]. Оно имеет локальный характер и дает главный асимптотический член амплитуды дифрагированного поля в малой окрестности любого луча, вышедшего из фиксированной точки упругого тела (источника), последовательно отразившегося в точках зеркального отражения от граничной поверхности тела и прошедшего в точку приема.

Интегральное представление переотраженной N раз волны в общем случае содержит четыре интегральных слагаемых, описывающих p - p и s - s отражения и p - s и s - p трансформации упругих волн на граничных поверхностях упругого тела.

В нашей задаче исследуется $2N$ -кратный дифракционный интеграл, соответствующий p - p отражению в каждой точке зеркального отражения. Рассмотрим случай, когда вдоль луча $x_0 - y_1^* - y_2^* - \dots - y_N^* - x_{N+1}$ осуществляется p - p - p - \dots - p отражение.

Амплитуда радиального перемещения N раз отраженного луча в точке x_{N+1} относительно локальной сферической системы координат r, θ, ψ в точке y_N^* граничной поверхности представляется интегралом

$$u_r^{(p)}(x_{N+1}) = i^N \frac{Q_q}{4\pi\mu} \frac{k_p^2}{k_s^2} \left(\frac{k_p}{2\pi} \right)^N \left(\frac{k_p^2}{2k_s^2} \right)^N \times$$

$$\begin{aligned} & \times L_0^{-1} \prod_{n=1}^N L_n^{-1}(\mathbf{q}_n^0, \mathbf{k}_n) V_{pp}(y_n^*) \times \\ & \times \iint_{S_N^*} \iint_{S_{N-1}^*} \dots \iint_{S_2^*} \iint_{S_1^*} e^{ik_p \Phi} dS_1 dS_2 \dots dS_{N-1} dS_N, \quad (1) \\ & u_{\theta}^{(p)}(x_{N+1}) = 0, \quad u_{\psi}^{(p)}(x_{N+1}) = 0, \\ & \Phi_p = |x_0 - y_1| + |y_1 - y_2| + \dots + |y_{N-1} - y_N| + \\ & \quad + |y_N - x_{N+1}|, \\ & L_0 = |x_0 - y_1^*|, \quad L_{n-1} = |y_{n-1}^* - y_n^*|, \\ & \quad n = 2, \dots, N; \quad L_N = |y_N^* - x_{N+1}|, \\ & S_1^*, S_2^*, \dots, S_N^* - \text{окрестности точек зеркального} \\ & \text{отражения, } V_{pp}(y_n^*) - \text{коэффициенты отражения} \\ & p\text{-волны в точках зеркального отражения } y_n^*, n = \\ & = 1, 2, \dots, N; k_p \text{ и } k_s - \text{волновые числа продольной} \\ & \text{и поперечной упругих волн; } \mathbf{q}_n^0 - \text{орт направле-} \\ & \text{ния падения волны и } \mathbf{i}_n, \mathbf{j}_n, \mathbf{k}_n - \text{ортонормированный} \\ & \text{базис локальной декартовой системы коор-} \\ & \text{динат в точке } y_n^*, \text{ заданный координатами в ос-} \\ & \text{новной декартовой системе координат; } \mu - \text{мо-} \\ & \text{дуль сдвига.} \end{aligned}$$

Главный член асимптотики перемещения в точке приема получен оценкой $2N$ -кратного дифракционного интеграла (1) методом многомерной стационарной фазы [2] и определяется произведением коэффициентов отражения продольной волны в продольную, определителем матрицы Гессе (гессианом) порядка $2N$ симметричной ленточной структуры (с шириной ленты, равной семи). Элементы гессиана выписаны в явном виде

[3]. Диагональные элементы определяются расстояниями между точками, участвующими в формировании луча, направлениями падающих и отражаемых волн, главными кривизнами граничных поверхностей в точках зеркального отражения. Остальные элементы определяются как расстояниями и направлениями падающих и отраженных волн, так и элементами матриц перехода от одной локальной декартовой системы координат к другой в соседних точках зеркального отражения.

Разработанный алгоритм применен к исследованию распространения продольной волны в металлическом образце в форме параллелепипеда, в одной из плоских граней которого содержится полуцилиндрическая отражающая поверхность.

Построенное таким образом решение позволяет оценить степень влияния неидеально плоской граничной поверхности металлических и композитных образцов в оценке амплитуды принимаемого ультразвукового сигнала при его распространении внутри образца.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант №10-01-00557а.

Список литературы

1. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975. 872 с.
2. Федорюк М.В. Метод перевала. М.: Наука, 1977. 368 с.
3. Боев Н.В. // Изв. РАН. МТТ. 2005. №5. С. 65–80.

MULTIPLE REFLECTIONS OF A LONGITUDINAL ULTRASONIC WAVE IN AN ELASTIC SOLID OF A FINITE SIZE WITH NON-PLANE BOUNDARIES

N.V. Boyev

In the frame of the geometrical diffraction theory we study the amplitude and the trajectory of the longitudinal ultrasonic wave in a three-dimensional elastic solid of a finite size, whose boundary surface may be an arbitrary piecewise smooth surface.

Keywords: geometrical diffraction theory, ultrasonic wave, physical diffraction theory, multidimensional stationary phase method.