Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, 2011, № 4 (4), с. 1340–1341

УДК 539.376

# МОДИФИЦИРОВАННАЯ КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ С УЧЕТОМ СТАДИИ ПРЕДРАЗРУШЕНИЯ И ЕЕ ИДЕНТИФИКАЦИЯ


***К.А. Агахи, В.Н. Кузнецов, В.К. Ковальков, Л.В. Фомин***

НИИ механики Московского госуниверситета им. М.В. Ломоносова

lef1975@rambler.ru

*Поступила в редакцию 15.06.2011*

Рассмотрен общий случай кинетической теории ползучести Ю.Н. Работнова и, в отличие от постулированного в ней дифференциального уравнения для поврежденности, представлен вывод кинетических уравнений в рамках формализма Онзагера феноменологической термодинамики необратимых процессов. Разработан новый метод нахождения поврежденности по результатам обычных опытов на ползучесть. Выведено дифференциальное уравнение для поврежденности. При выводе используется простая аппроксимация кривых ползучести. Приводится соответствующая обработка экспериментальных данных. Предложена новая модель процесса ползучести с учетом стадии возрастающей скорости, использующая интегральный оператор типа нормы Лебега и функцию нестабильности, определяемую экспериментально.

*Ключевые слова:* кинетическая теория, ползучесть, математическая модель, поврежденность, аппроксимационный метод, идентификация, эксперимент.

## Вывод кинетического уравнения теории ползучести на основе феноменологической термодинамики необратимых процессов

В общем виде кинетическая теория ползучести [1] основана на концепции механического уравнения состояния, которое содержит так называемые структурные параметры $q_i$, учитывающие изменения структуры материала под влиянием температуры и напряжения в процессе ползучести. Одним из этих параметров является поврежденность $\omega = \omega(t, \sigma, T)$. Механическое уравнение состояния принимается в виде $\dot{p} = \dot{p}(\sigma, T, q_1, q_2, \dots, q_n)$, где $\dot{p}$ – скорость ползучести. Для параметров $q_i$ постулируются кинетические уравнения вида $dq_i = a_i dp + b_i d\sigma + c_i dt + f_i dT$, где $a_i, b_i, c_i, f_i$ – некоторые функции $p$, $\sigma$, $T$, $t$, а также $q_1, q_2, \dots, q_n$. Предполагается, что указанные соотношения, вообще говоря, не интегрируемы. Эти соотношения можно получить, основываясь на известном формализме Онзагера феноменологической термодинамики необратимых процессов. Для локальной (отнесенной к единице объема) энтропии можно записать: $S_l = S_l(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$, где $\alpha_i = \alpha_i(t)$ – параметры, и отсюда производная энтропии $S_l$ при естественных ограничениях запишется в виде

$$\frac{dS_l}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial S_l}{\partial \alpha_i} \frac{d\alpha_i}{dt}.$$

Так как, вообще говоря, параметры $\alpha_i = \alpha_i(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ взаимозависимы, можно записать:

$$d\alpha_i = \frac{\partial \alpha_i}{\partial \alpha_1} d\alpha_1 + \frac{\partial \alpha_i}{\partial \alpha_2} d\alpha_2 + \dots + \frac{\partial \alpha_i}{\partial \alpha_n} d\alpha_n.$$

Обобщая полученное выражение, заменив частные производные $\partial \alpha_i / \partial \alpha_j$ $(i, j = 1, \dots, n)$ на некоторые эмпирические функции $g_{ij}$ от $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, получим неинтегрируемые в общем виде соотношения: $d\alpha_i = g_{i1} d\alpha_1 + g_{i2} d\alpha_2 + \dots + g_{ij} d\alpha_n$, которые с точностью до обозначений совпадают с кинетическими уравнениями .

## Моделирование процесса ползучести с учетом стадии предразрушения. Прямой экспериментальный метод идентификации модели

Основное уравнение теории ползучести представлено в виде [1]:

$$\dot{p} = A_0 \sigma^{k_0} / (1 - \omega)^{n_0},$$

причем $\omega = 1$ в момент разрушения. Для определения поврежденности $\omega(t)$ постулировано дифференциальное уравнение первого порядка:

$$\dot{\omega} = B_0 \sigma^m / (1 - \omega)^s,$$

где $A_0$, $B_0$, $m$, $n_0$, $k_0$, $s$ – материальные константы модели.

Предложен новый метод идентификации модели непосредственно из серии опытов на ползучесть без постулирования уравнения для поврежденности [2]. Определив из эксперимента с заданным уровнем напряжений $\sigma$ деформацию $p$ как функцию времени $p = p(t)$, определим производную деформации $\dot{p}(t)$ и функцию (см. [2]):

$$\omega(t,\sigma_i) = 1 - (A_0(\sigma_i)^{k_0} / \dot{p}(t))^{1/n_0} .$$

## Реологическая модель ползучести с учетом стадии предразрушения

Подход к описанию стадии предразрушения с помощью функции поврежденности можно осуществить, используя реологическую модель нестабильного материала, имеющую более общий характер, что позволяет описать процессы ползучести при переменном напряжении. Вариант этой модели с одной функцией нестабильности для описания процессов ползучести имеет вид

$$\varepsilon(t) = B\,|\,\overline{\sigma}(t)\,|^{\mu-1}\left(\int_0^t |\,\overline{\sigma}(\tau)\,|^r\;\hat{\psi}(\tau,\sigma)d\tau\right)^{\beta}\overline{\sigma}(t),$$

здесь $B$, $\mu$, $r$, $\beta$ константы материала. Функция нестабильности $\hat{\psi}(t,\,\sigma)$ может быть определена из опытов на ползучесть при $\sigma = \text{const}$, $\overline{\sigma} = \text{const}$. В этом случае из соотношения для $\varepsilon(t)$ имеем

$$\hat{\psi}(t,\sigma) = \frac{1}{B^{1/\beta}\,|\,\overline{\sigma}(t)\,|^{(\mu+r\beta)/\beta}}\frac{d}{dt}(\varepsilon(t)^{1/\beta}).$$

С учетом аппроксимации $\varepsilon(t)$, с коэффициентами, зависящими от $\sigma$, строим искомую функцию $\hat{\psi}(t,\,\sigma)$, которая замыкает задачу моделирования процесса ползучести с учетом стадии предразрушения. Очевидно, что при $\beta = 1$ и $\overline{\sigma} = \sigma / E$ и учитывая, что $\dot{\varepsilon}(t) = \dot{p}(t)$, имеем:

$$\dot{p} = A\sigma^{\mu+r}\hat{\psi}(t,\sigma).$$

Получаем, что $\hat{\psi}(t,\sigma) = 1/(1-\omega(t,\sigma))$. При этом условии обе модели совпадают.

## Аппроксимация кривых ползучести

В классической постановке поврежденность в образце в процессе ползучести возникает непосредственно в момент начала опыта. Кривая ползучести $p = p(t,\,\sigma)$ аппроксимирована выражением $p(t) = At + B + C/(t_* - t)^r$, где параметры аппроксимации $A$, $B$, $C$, $r$, $t_*$ зависят от $\sigma$. Поврежденность $\omega$ очевидным образом получается в следующем виде:

$$\omega(t,\sigma) = 1 - \frac{\overline{\sigma}(t_* - t)^{r+1}}{A(t_* - t)^{r+1} + rC},$$

$$\dot{\omega}(t,\sigma) = \frac{\omega^2((t,\sigma) + \overline{\beta}\omega(t,\sigma) + \overline{\gamma}}{\overline{\xi}(t_* - t)}.$$

В новой постановке, принимая гипотезу о существовании $\omega$ только на III участке кривой ползучести, построим аппроксимацию III участка кривой ползучести: $p(t) = C/(t_* - t)^k + b$, где $t_*$, $k$, $C$, $b$ – материальные параметры, зависящие от $\sigma$. Для определения поврежденности с учетом принятой аппроксимации III участка кривой ползучести выразим производную деформации ползучести $\dot{p}(t)$ и выпишем выражение для $\omega(t,\,\sigma)$:

$$\omega(t,\sigma) = 1 - (t_* - t)^{k+1}\frac{A_0\sigma^{k_0}}{Ck},$$

$$\dot{\omega} = (1-\omega)\frac{k+1}{t_* - t}.$$

Приводится соответствующая обработка экспериментальных данных.

*Список литературы*

1. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 752 с.

2. Агахи К.А., Кузнецов В.Н. Моделирование процесса ползучести с учетом стадии предразрушения и идентификация модели // Вестник Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Физ. мат. науки. 2009. №2(19). С. 243–247.

## A MODIFIED KINETIC CREEP THEORY ACCOUNTING FOR PRE-DESTRUCTION STAGE AND ITS IDENTIFICATION

***K.A. Agahi, V.N. Kuznetsov, V.K. Kovalkov, L.V. Fomin***

A general case of Yu.N. Rabotnov's kinetic creep theory is considered. Contrary to the differential equation for damage postulated therein, the kinetic equations in this work are derived within the framework of Onsager formal description of phenomenological thermodynamics of irreversible processes. a new damage detection method that uses the results of standard creep tests is developed. A differential equation for damage is derived using simple approximation of creep curves. The related experimental data is presented. A new model of creep process considering a growing rate stage is suggested, using an integral operator of Lebesgue norm type and instability function determined experimentally.

*Keywords:* kinetic theory, creep, mathematical model, damage, approximation method, identification, experiment.