

УДК 539.3

ДЕФОРМИРОВАНИЕ И ПОВРЕЖДЕННОСТЬ МЕТАЛЛОВ СО СЛУЧАЙНЫМИ СВОЙСТВАМИ ЭЛЕМЕНТОВ МИКРОСТРУКТУРЫ

© 2011 г.

Т.А. Волкова

Уральский государственный университет путей сообщения, Екатеринбург

tav_ssv@r66.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Рассматривается модель микронеоднородной среды со случайными свойствами элементов микроструктуры. Повреждения микроструктуры представлены в виде пор и разрыхлений. Вычислены макро модули упругости материала и распределения случайных микро структурных напряжений. Под влиянием микроразрушений меняются макро модули упругости. Участки диаграммы деформирования рассчитываются с учетом изменяющихся свойств.

Ключевые слова: случайные свойства, поврежденность микро структуры, разрыхление, диаграмма деформирования.

Микро структурные деформации и напряжения

Для исследования процесса деформирования и разрушения поликристаллических и порошковых металлов применяются модель микронеоднородной среды [1, 2], содержащая элементы двух порядков малости. Элементы первого порядка малости обладают детерминированными механическими свойствами – макро скопическими. Среда является макрооднородной и макроизотропной. Элементы микро структуры обладают случайными деформационными и прочностными свойствами. Предполагается, что найдено решение макро скопической краевой задачи и известен тензор макродеформаций \mathbf{e} .

Тензор модулей упругости $\Theta(X)$ в точках X микронеоднородной среды выражен через случайные модули объемной деформации $K(X)$ и сдвига $G(X)$. При этом используются \mathbf{V} – объемная и \mathbf{D} – девиаторная составляющие единичного тензора четвертого ранга:

$$\Theta(X) = 3K(X)\mathbf{V} + 2G(X)\mathbf{D}.$$

Функции распределения случайных величин $K(X)$, $G(X)$ находятся с помощью экспериментальных распределений, полученных при изучении химического состава, пористости, размеров и формы включений. Может применяться также численный анализ сканированных микрошлифов. Зная законы распределения случайных свойств микро структуры, нужно найти параметры распределения случайных микро структурных деформаций $\mathbf{\epsilon}(X)$ и напряжений $\sigma(X)$.

Решение стохастической краевой задачи ме-

ханики микронеоднородных сред происходит методом последовательных приближений [1, 2]. Вариации $\mathbf{\epsilon}^0(X)$ тензора структурных деформаций определяются с помощью интегрального операторного уравнения, использующего вторые производные тензора Грина – Соммилианы $\tilde{G}(X, Y)$. Двумя точками « $\cdot\cdot$ » обозначается свертка тензоров по двум индексам. Интегрирование происходит по множеству точек Y , окружающих исследуемую точку X . Затем вычисляется случайный тензор напряжений $\sigma(X)$:

$$\mathbf{\epsilon}^0(X) = \iiint \tilde{G}(X, Y) \cdot\cdot \Theta^0(Y) \cdot\cdot \mathbf{\epsilon}(Y) dV;$$

$$\sigma(X) = \Theta(X) \cdot\cdot (\mathbf{\epsilon}^0(X) + \mathbf{e}).$$

Плотности распределения вероятностей для составляющих тензоров деформаций и напряжений находятся с помощью моментных функций.

Макромодели упругости

Расчет макро скопических свойств материала по свойствам элементов микро структуры является одной из основных задач механики микронеоднородных сред [1, 3]. При этом вычисляется поправка \mathbf{h} к тензору средних модулей упругости $\mathbf{C} = \langle \Theta(X) \rangle$, учитывающая взаимодействие элементов микро структуры. В результате получим тензор макро модулей упругости композита или тензор эффективных свойств композита: $\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{C} + \mathbf{h}$.

Тензор поправок зависит от моментных функций микро структурных модулей упругости $\langle (K^0)^n \rangle$, $\langle (G^0)^n \rangle$. Параметры a , b зависят от средних модулей упругости. В условиях статистической независимости свойств микро структуры тен-

зор поправок \mathbf{h} примет вид:

$$\mathbf{h} = \sum_{n=2}^{\infty} 3(-3a)^{n-1} \langle (K^0)^n \rangle > \\ > \mathbf{V} + \sum_{n=2}^{\infty} 2(-2b)^{n-1} \langle (G^0)^n \rangle > \mathbf{D}.$$

Совершенствование методов расчета макросвойств позволяет включать в круг исследований различные варианты распределения случайных модулей упругости микроструктуры [3]. В том числе материалы с непрерывным распределением и большими вариациями свойств микроструктуры. Такими материалами являются порошковые композиты. Свойства зерен микроструктуры в порошковых металлах распределены непрерывно, а наличие пористости приводит к большим вариациям механических свойств.

Поврежденность микроструктуры

Рассмотрим поврежденность зерен микроструктуры в виде случайным образом расположенных сферических микроразрыхлений. Случайная индикаторная функция поврежденности $\omega(X)$ равна единице, если в элементе X произошло разрыхление. Функция $\omega(X)$ равна нулю, если в элементе X сохранилась сплошность материала. Степень разрыхленности отдельных элементов также считаем случайной. Разрыхленность приводит к потере несущей способности элемента и уменьшает K – объемный и G – сдвиговой модули сплошного материала в соответствующем зерне микроструктуры пропорционально множителю $\xi(X)$. Предполагаем, что плотность распределения $\xi(X)$ известна из эксперимента и непрерывно распределена на некотором интервале. Пусть также $\langle \xi(X) \rangle = 1 - z$, где $z \in [0; 1]$. Параметр z равен относительному уменьшению средних микроструктурных модулей упругости под влиянием разрыхления. Случайные функции $\omega(X)$ и $\xi(X)$ не зависимы между собой. Пусть $\eta(X) = \lambda(X) + \xi(X)$. Учитывая поврежденность, получим микроструктурные модули упругости $\eta(X)K$ и $\eta(X)G$.

Сочетание непрерывных распределений и индикаторных функций дает возможность построить модели среды с повреждениями в виде пор и разрыхлений [3].

Микроструктурное условие прочности

Рассмотрим в точке X разность между эквивалентным напряжением $\sigma(X)$ и случайным пределом прочности $S(X)$: $w(X) = \sigma(X) - S(X)$. Случайная величина $w(X)$ представляет собой микроструктурное условие прочности. Если параметр

$w(X) > 0$, то напряжение в точке X больше предела прочности, поэтому в элементе микроструктуры произойдет разрушение. При $w(X) < 0$ разрушение не происходит, так как напряжение находится в допустимой области безопасных значений.

По известным моментным функциям случайных величин $\sigma(X)$ и $S(X)$ вычисляется плотность распределения $f_w(x)$ случайной величины $w(X)$. Зная распределение условия прочности, оцениваем поврежденность q , то есть относительную долю разрушенных элементов микроструктуры [4]:

$$q = \int_0^{\infty} f_w(x) dx.$$

Диаграммы деформирования

В процессе нагружения конструкции постепенно изменяются деформационные свойства металла. В упругой области эти изменения малы и не влияют на свойства материала. Переход в пластическую область сопровождается накоплением поврежденности микроструктуры. Под влиянием микроразрушений меняются макро модули упругости композита. В результате меняется зависимость между деформациями и напряжениями композита. Задавая шаг по макродеформациям, строим участки диаграммы деформирования с учетом изменившихся свойств. Зависимость напряжений и деформаций становится нелинейной. При расчете диаграмм деформирования используем модель жесткой испытательной машины. Задаются приращения макроскопических деформаций, затем регистрируются напряжения, изменяющиеся в зависимости от свойств металла. Рассматриваются различные виды напряженного состояния. Показано, что свойства микроструктуры композита существенно влияют на поведение материала под нагрузкой и вид диаграммы деформирования [4]. Проведено сравнение с данными эксперимента.

Список литературы

1. Богачев И.Н., Вайнштейн А.А., Волков С.Д. Статистическое металловедение. М.: Металлургия, 1984.
2. Соколкин Ю.В., Волкова Т.А. // Механика композиционных материалов и конструкций. 1998. Т. 4, №3. С. 70–85.
3. Volkova T.A., Volkov S.S. // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. 2008. V. 49(3). P. 242–250.
4. Volkova T.A., Volkov S.S. // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. 2009. V. 52(2). P. 83–90.

**DEFORMATION AND DAMAGE OF METALS WITH RANDOM PROPERTIES
OF MICROSTRUCTURE ELEMENTS***T.A. Volkova*

A mathematical model of a micro-heterogeneous medium with random properties of the microstructure is developed. Damage of the microstructure is represented as voids and shrinkage porosity. Macroscopic properties of metal and microstructure stress distribution parameters are calculated for various types of stress. Micro-fractions change the macro modules of elasticity. The stress-strain curve is plotted taking into account changes in the material properties.

Keywords: random properties, microstructure damage, shrinkage porosity, stress-strain curve.