

УДК 539.3:622.281.74

**МОДЕЛЬ ВЯЗКОУПРУГОПЛАСТИЧНОСТИ ИЗОТРОПНОГО ТЕЛА
С КИНЕТИЧЕСКИМИ УРАВНЕНИЯМИ СТРУКТУРНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ**

© 2011 г.

А.А. Адамов

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

adamov@icmm.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

На основе анализа экспериментальных данных по механическому испытанию образцов калийной соли построена трехмерная модель вязкопластического изотропного поведения с уравнениями эволюции для двух структурных скалярных параметров, отвечающих за необратимые изменения формы и объема. Предложена методика идентификация модели по результатам испытаний при одноосном напряженном и одноосном деформированном состояниях с регистрацией всех ненулевых компонент деформаций и напряжений. Из-за отсутствия достаточных данных модель идентифицирована с удовлетворительным соответствием эксперименту в одномерном варианте для описания одноосного напряженного состояния.

Ключевые слова: вязкоупругопластичность, калийная соль, структурные изменения, кинетические уравнения, идентификация.

Анализ экспериментальных данных по сложному многоступенчатому нагружению образцов калийной соли [1] дал основание классифицировать исследуемый материал в первом приближении как нелинейную вязкоупругопластическую дилатирующую среду с невыраженным пределом текучести и упругим поведением при разгрузке. Данные акустической эмиссии дают основание трактовать наблюдаемые реологические эффекты как проявление структурных изменений в материале. Модели нелинейной вязкоупругости [2] удовлетворительно описывают поведение этого материала только при активном нагружении, в режимах нагружения с разгрузками эти модели дают качественно неверное описание.

При построении предлагаемой математической модели для описания полученных экспериментальных данных приняты следующие допущения:

1. Тело изотропно до и после деформирования.
2. Рассматриваются изотермические и близкие к ним процессы деформирования.
3. Тензор малых полных деформаций $\varepsilon(t)$ состоит из суммы тензора упругих деформаций $\varepsilon^e(t)$ и тензора остаточных деформаций $\varepsilon^p(t)$, для каждого из этих тензоров используется соответствующее разделение на шаровую и девиаторную составляющие:

$$\begin{aligned}\varepsilon(t) &= \varepsilon^e(t) + \varepsilon^p(t) = \text{dev}\varepsilon(t) + I_1(\varepsilon)\mathbf{1} \equiv \\ &\equiv \mathbf{e}(t) + \theta(t)\mathbf{1},\end{aligned}\quad (1)$$

где $\mathbf{1}$ – метрический (единичный) тензор используемой системы координат.

4. Девиатор тензора упругой деформации $\mathbf{e}^e(t)$ и девиатор приращений пластической деформации $d\varepsilon^p(t)$ следующим образом связаны с девиатором $\mathbf{s}(t) = \text{dev}\sigma(t)$ тензора напряжений $\sigma(t)$:

$$\begin{aligned}\mathbf{e}^e(t) &\equiv \text{dev}\varepsilon^e(t) = \mathbf{s}(t)/(2\mu), \\ d\varepsilon^p(t) &\equiv d\text{dev}\varepsilon^p(t) = dZ_c^\mu(t)W[\mathbf{s}(t)],\end{aligned}\quad (2)$$

где $Z_c^\mu(t)$ – скалярный параметр, заданный своим уравнением эволюции и отвечающий за развитие остаточных деформаций сдвига, $W[\mathbf{s}(t)]$ – материальная функция.

5. Упругая $\theta^e(t)$ составляющая относительно изменения объема и приращение остаточной составляющей $d\theta^p(t)$ аналогично связаны со средним напряжением $\sigma_0(t) = I_1[\sigma(t)]/3$:

$$\begin{aligned}\theta^e(t) &\equiv I_1[\varepsilon^e(t)] = \sigma_0(t)/B, \\ d\theta^p(t) &\equiv dI_1[\varepsilon^p(t)] = dZ_c^B(t)V[\sigma_0(t)],\end{aligned}\quad (3)$$

где $Z_c^B(t)$ – скалярный параметр, заданный своим уравнением эволюции и отвечающий за развитие остаточных деформаций объема, $V[\sigma_0(t)]$ – материальная функция.

Для задания двух скалярных параметров $Z_c^\mu(t)$ и $Z_c^B(t)$ использованы идеи В.В. Москвитина [3] по автомодельному описанию накопления поврежденности с учетом термофлуктуационного механизма. Введенные уравнения эволюции однотипны, они заданы с соответствующими неоднородными начальными условиями, отражающими историю извлечения образцов из

массива предварительно нагруженного материала:

$$\frac{dZ_c^{\mu,B}(t)}{dt} = \gamma_0^{\mu,B} \exp(-\gamma_1^{\mu,B} Z_c^{\mu,B}) \times \int_0^t \Phi^{\mu,B}(t-\tau) \frac{\partial \Phi^{\mu,B}(I_\mu, \sigma_0)}{\partial \tau} d\tau, \quad (4)$$

$$Z_c^{\mu,B}(0) = Z_c^{\mu,B},$$

где $\gamma_0^{\mu,B}$, $\gamma_1^{\mu,B}$ – параметры соответствующих уравнений эволюции; $\Phi^{\mu,B}(t)$ – соответствующие функции памяти структурных изменений, принятые в виде [3]:

$$\Phi^{\mu,B}(t) = \Phi_0^{\mu,B} t^{n^{\mu,B}}$$

при $\Phi_0^{\mu,B} > 0, n^{\mu,B} < 0$;

$$\Phi^{\mu,B}(I_\mu, \sigma_0) = \exp(\gamma_2^{\mu,B} I_\mu + \gamma_3^{\mu,B} \sigma_0)$$

– соответствующие функции, учитывающие термофлуктуационный характер структурных изменений и разный вклад сдвиговых и шаровых составляющих тензора напряжений, для изотермического случая они определяются параметрами $\gamma_2^{\mu,B}$, $\gamma_3^{\mu,B}$; $I_\mu(t)$ – интенсивность напряжений сдвига. На рис. 1 приведена типичная история изменения используемого структурного скалярного параметра $Z_c^\mu(t)$ при указанной циклической истории изменения интенсивности напряжений сдвига. На участках разгрузки приращения $Z_c^\mu(t)$ стремятся к нулю, и материал демонстрирует упругое поведение на фоне имеющихся остаточных деформаций, определяемых накопленным уровнем $Z_c^\mu(t)$.

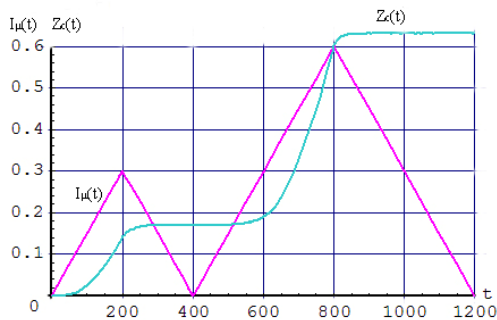


Рис. 1

A VISCOELASTOPLASTIC MODEL FOR THE DESCRIPTION OF ISOTROPIC BODIES BASED ON THE KINETIC EQUATIONS OF STRUCTURAL CHANGES

A.A. Adamov

A three-dimensional viscoelastoplastic model for describing the behavior of an isotropic body is constructed based on the data of mechanically testing potassium salt specimens. The model is based on the evolutionary equations for two structural scalar parameters responsible for irreversible changes of the shape and volume of the body. The proposed method of the model identification is based on the results of uniaxial stress and uniaxial strain tests accompanied by registration of all non-zero strain and stress components. Due to the shortage of data the model identification, providing good agreement with the experiment, has been made for the one-dimensional variant of the description of the uniaxial stressed state.

Keywords: viscoelastoplasticity, potassium salt, structural changes, kinetic equations, identification.

Для идентификации модели необходимы опыты: при одноосном напряженном состоянии – с разгрузками и регистрацией историй осевого напряжения, продольной и поперечной деформации; при одноосном деформированном состоянии – с разгрузками и регистрацией всех ненулевых компонент напряжений и деформаций или другие доступные опыты с существенным преобладанием шаровой части тензора напряжений над сдвиговой составляющей.

В отсутствие достаточных экспериментальных данных построена и удовлетворительно идентифицирована частная одномерная модель (1–4) для описания зависимости деформации и напряжения при одноосном напряженном состоянии [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы фундаментальных исследований ОЭММПУ РАН «Трибологические и прочностные свойства структурированных материалов и поверхностных слоев» и в рамках Программы поддержки ведущих научных школ (НШ-3717.2008.1).

Список литературы

1. Адамов А.А., Асанов В.А., Паньков И.Л. Методические вопросы экспериментального обеспечения моделей реологического поведения калийных солей // Зимняя школа по механике сплошных сред (пятнадцатая): Сб. статей. В 3-х ч. Ч. 1. Екатеринбург: УрО РАН, 2007. С. 11–14.
2. Боликов В.Е., Константинова С.А. Прогноз и обеспечение устойчивости капитальных горных выработок. Екатеринбург: УрО РАН, 2003. 374 с.
3. Москвитин В.В. Сопротивление вязкоупругих материалов (применительно к зарядам ракетных двигателей на твердом топливе). М.: Наука, 1972. 328 с.
4. Адамов А.А. Об одной модели реологического поведения калийных солей на основе описания эволюции структуры // Деформирование и разрушение материалов с дефектами и динамические явления в горных породах и выработках: Матер. Юбилейной XX междунар. научн. шк. им. С.А. Христиановича. Алушта, 20–26 сентября 2010 г. Симферополь: Таврич. нац. ун-т, 2010. С. 8–11.