

УДК 539.4

СВЯЗАННЫЕ ПОЛЯ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В НАГРУЖЕННОЙ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКОЙ КОНСОЛИ С ТРЕЩИНОЙ

© 2011 г.

А.В. Амвросьева, В.М. Мусалимов

Санкт-Петербургский госуниверситет информационных технологий,
 механики и оптики

destyni@mail.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Для связанных полей в нагруженной консоли рассмотрены закономерности распределения перемещений в окрестности трещины и вне зоны ее влияния. Сшивание зависимостей осуществлено с использованием аппроксимации Паде. Результаты исследований использованы при проектных расчетах пьезоэлектрических схватов.

Ключевые слова: связанные поля, пьезоэлектрическая консоль, трещина, распределение перемещений, аппроксимация Паде.

В целях механического возбуждения пьезоэлектрических элементов обычно используются тонкие электроды, нанесенные на поверхность пьезоэлемента и находящиеся под действием заданной разности электрического потенциала. Наличие активных электродов на поверхности приводит к значительной концентрации электроупругого поля у края электрода, где наблюдается резкое увеличение напряженности электрического поля. В свою очередь, концентрация напряженности электрического поля на краю электрода может быть причиной поверхностного пробоя пьезоэлектрика и его разрушения. В связи с этим поставлена задача исследования электроупругого напряженно-деформированного состояния пьезоэлектрических тел с поверхностными электродами.

На консоли, занимающей область $0 \leq x_1 \leq L$, $|x_3| < h$, нагруженной силой P на крае $x_1 = l$ и с электродированными поверхностями $x_3 = \pm h$ (на уча-

$\pm V_0$), приближенное решение, получаемое методом полиномиальных решений [1], представится в форме:

$$u_1 = d_{31} \frac{V_0}{h} (L - x_1) + \frac{Ps_{11}^E}{2I} (1 - k_{31}^2) (L^2 + x_1^2) x_3,$$

$$u_3 = -d_{33} \frac{V_0}{h} L + \frac{Ps_{11}^E}{2I} (1 - k_{31}^2) \left(\frac{2}{3} L^3 L^2 x_1 + \frac{x_1^3}{3} \right),$$

где $I = 2h^3/3$ – момент инерции поперечного сечения балки единичной ширины; коэффициент $k_{31}^2 = d_{31}^2 / (s_{11}^E \epsilon_{33}^E)$, d_{31} и d_{33} – пьезомодули, ϵ – деформация, s_{11}^E – модуль податливости.

Далее рассматривается задача для консоли с продольной трещиной. Предполагается, что в силу особенностей конструктивного исполнения схватов вектор P имеет дрейф в направлении x_3 (рис. 1). Поэтому у вершины трещины формируются: I – отрывное смещение; III – антиплоская деформация.

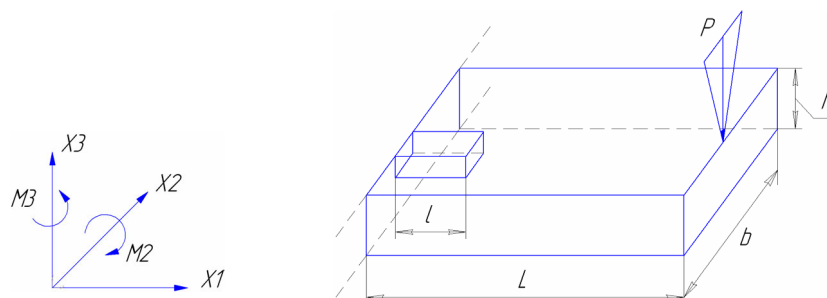


Рис. 1

стях $0 \leq x_1 \leq L$, $|x_3| < h$ располагаются два ленточных электрода с электрическими потенциалами

Для соответствующих типов трещин известны решения [2]:

$$u_1 = \frac{K_I}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left(\frac{\chi-1}{2} + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right),$$

$$u_3 = \frac{K_I}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left(\frac{\chi+1}{2} - \cos^2 \frac{\theta}{2} \right),$$

$$u_3 = \frac{K_{III}}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2}.$$

Рассмотрим случай, когда $\theta = 0$:

– в окрестности трещины

$$u_1 = \frac{K_I}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left(\frac{\chi-1}{2} \right),$$

где $K_I = \sigma \sqrt{\pi l}$, а $\sigma = [8d_{31}\gamma / (\pi l(1 + 4\chi^2))]^{1/2}$;

– зона пластичности для плоской деформации

$$r_p = K_I^2 (1 - 2\nu)^2 / (2\pi\sigma_T^2);$$

– вне зоны влияния трещины

$$u_1 = d_{31}V_0 / h(L - x_1).$$

На рис. 2 показаны распределения связанных перемещений u_1 при $\theta = 0$.

Чтобы сшить графики, целесообразно использовать аппроксимацию Паде [3].

Работа выполнена в рамках программы Минобрнауки РФ, проект ПНР 1.2.1/1147.

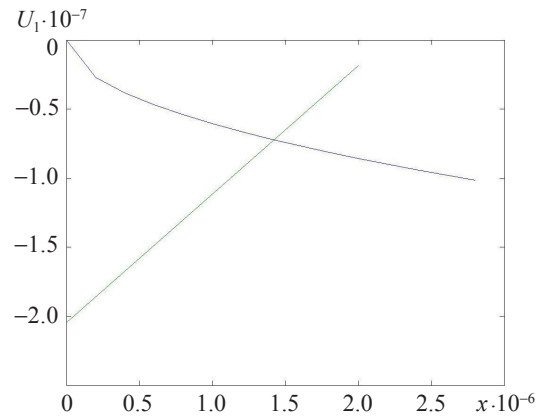


Рис. 2

Список литературы

1. Борисейко В.А., Мартыненко В.С., Улитко А.Ф. Начальная теория тонких пьезокерамических оболочек // Вестник Киевского ун-та. Математика и механика. 1983. Вып. 25.
2. Паргон В.З., Морозов Е.М. Механика упруго-пластического разрушения. М.: URSS, 2008.
3. Amvrosieva A., Musalimov V. Fatigue fracture of miniature piezoelectric grabs // Proc. XV International Colloquium Mechanical Fatigue of Metals. Opole, 2010.

THE COUPLED DISPLACEMENT FIELDS IN A LOADED PIEZOELECTRIC CONSOLE WITH A CRACK

A.V. Amvrosieva, V.M. Musalimov

The laws of displacement distribution in the vicinity of a crack and beyond its effective zone are investigated for coupled fields in a loaded console. The stitching (connecting) is done using Pade approximation. The results of the work were used in designing piezoelectric grabs.

Keywords: connected fields, piezoelectric console, crack, displacement's assignment, Pade approximant.