

УДК 539.3

ОБЩИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ СТРУКТУРЫ, СЛУЧАЙНЫХ ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ В ВОЛОКНИСТЫХ И ДИСПЕРСНО-УПРОЧНЕННЫХ КОМПОЗИТАХ

© 2011 г.

А.В. Зайцев, А.В. Кислицын, В.С. Кокшаров

Пермский государственный технический университет

zav@pstu.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

На основе доказанных теорем о геометрическом смысле условных вероятностей разработан новый метод аналитического построения многоточечных моментных функций случайной структуры, полей напряжений и деформаций в однонаправленно армированных волокнистых и дисперсно-упрочненных композитов матричного типа. Сформулированы и доказаны теоремы о знаке производных условных и безусловных моментных функций второго, третьего и четвертого порядка в точках, соответствующих нулевым значениям аргументов, и о локальной изотропии случайных полей для случаев, когда включения и волокна имеют одинаковые и произвольные диаметры.

Ключевые слова: случайные структуры, однонаправленно армированные и дисперсно-упрочненные композиты, статистическое описание и стохастические закономерности, идентификация и классификация фаз, многочастичное взаимодействие, параметры порядка, квазидетерминированные и периодические составляющие, характерный размер, представительные объемы, полидисперсные модели, многопроцессорные высокопроизводительные параллельные алгоритмы.

Стохастический характер структуры однонаправленно армированных волокнистых и дисперсно-упрочненных композитов матричного типа обусловлен случайностью формы, взаимного расположения и ориентации, а также разбросом характерных размеров частиц армирующего наполнителя. Прогнозирование эффективных деформационных свойств и определение статистических характеристик случайных полей напряжений и деформаций в компонентах этих материалов связаны с необходимостью решения стохастически нелинейных краевых задач, для построения приближенных решений которых (например, полного корреляционного приближения) требуются формулировки различных гипотез о характере многочастичного взаимодействия в ансамбле включений и аппроксимации двух- и трехточечных моментных функций структуры второго, третьего, четвертого и пятого порядков. Производные этих функций в точках, соответствующих нулевым значениям аргументов, могут рассматриваться в качестве одного из возможных условий для верификации и отбраковки существующих и разрабатываемых стохастических моделей композитов.

В [1, 2] на основе доказанных теорем о геометрическом смысле условных вероятностей

предложен новый метод аналитического построения многоточечных моментных функций случайной структуры однонаправленно армированных волокнистых и дисперсно-упрочненных композитов матричного типа, который позволяет записать выражения в виде рядов с конечным числом членов и разработать высокопроизводительные параллельные алгоритмы. Программная реализация этих алгоритмов на кластере высокопроизводительных вычислений Пермского государственного технического университета, а также разработанных на основе комплексного применения аппарата кластерного и вейвлет анализа процедур идентификации и классификации фаз позволила вычислить значения моментных функций (рис. 1), определить стохастические закономерности модельных и реальных случайных структур, а также сформулировать новый критерий определения характерных размеров представительных объемов волокнистых и дисперсно-упрочненных композитов. На рис. 1 представлена случайная структура однонаправленно армированного стеклопластика на основе эпоксидной матрицы и нормированные моментные функции второго порядка, построенные в горизонтальном (квадратики) и вертикальном (треугольники) направлениях; $\langle D \rangle$ – средний диаметр волокон. Детальный анализ сходимости

рядов позволил исследовать впервые обнаруженные авторами [3] при синтезе модельных структур двухфазных неоднородных материалов такие закономерности, как наличие или отсутствие локальности, а также параметров порядка – квазидетерминированных (эффект самоорганизации) и периодических составляющих в случайных полях.

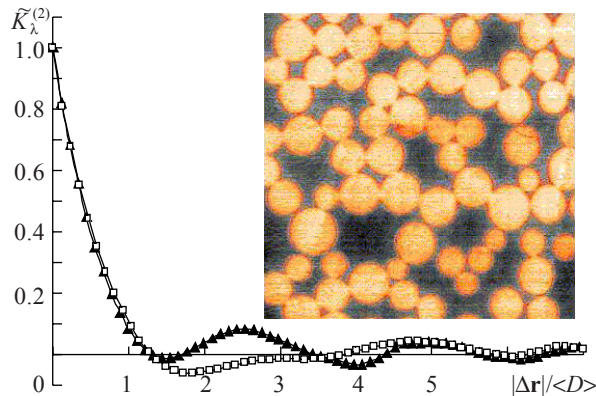


Рис. 1

Получены аналитические выражения и проанализировано влияние законов распределения, описывающих разброс характерных размеров включений, и фракционного состава материалов на производные моментных функций случайной структуры композитов в точках, соответствующих нулевым значениям аргументов. Из этих выражений для производных безусловных второго и условных двухточечных моментных функций третьего и четвертого порядка в частном случае, когда частицы армирующего наполнителя имеют одинаковый размер и форму (например круглые и шаровые включения), при любых объемных наполнениях и малых значениях аргумента следуют равенства, впервые полученные в [4]. Обратим внимание на то, что метод [4] не позволяет определять производные моментных функций, порядок которых выше второго.

Если внутри фрагмента неоднородного материала можно выделить области, в пределах кото-

рых структурные напряжения и деформации постоянны, то после обобщения [5] разработанный метод может быть применен для построения моментных функций этих случайных полей, а также может быть программно реализован в виде многопроцессорного алгоритма. С помощью этого алгоритма вычислены условные и безусловные моментные функции полей напряжений и деформаций в представительных объемах и определены закономерности взаимодействия в ансамбле волокон однонаправленно армированных стеклопластиков на основе эпоксидной матрицы ЭДТ-10 при комбинированном трехосном пропорциональном нагружении.

В рамках полидисперсных моделей для композитов с круглыми в поперечном сечении волокнами и сферическими частицами из решения вспомогательных геометрических задач определены меры пересечений подобластей, принадлежащих включениям и матрице, получены соотношения для условных и безусловных моментных функций второго и третьего порядка случайных полей напряжений и деформаций, сформулированы и доказаны теоремы об общих свойствах, о знаке производных и о локальной изотропии этих полей для случаев, когда армирующие элементы имеют одинаковый и произвольный диаметры.

На рис. 2 изображена зависимость мер пересечения областей и их производных от расстояния между центрами составных сферических включений ($a_k/b_k = 3/5$). Так, например, на основе анализа полученных выражений сделан вывод о том, что производные моментных функций второго порядка отрицательны, их знак не зависит от объемного наполнения, направления, в котором ведется построение этих функций, и количества ближайших включений или волокон, определяющих координационное число случайной структуры, а величина обратно пропорциональна суммарному периметру (площади) межфазных границ.

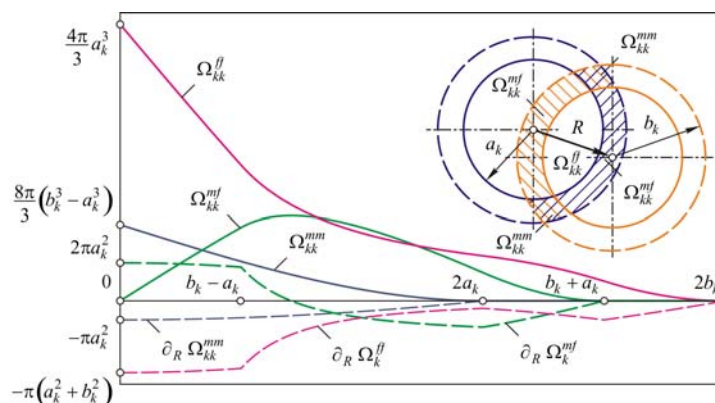


Рис. 2

Работа выполнена при финансовой поддержке грантом РФФИ-Урал №07-01-96056.

Список литературы

1. Зайцев А.В. Моментные функции второго порядка случайной структуры однонаправленно армированных волокнистых композитов // Вестник УГТУ-УПИ. Механика микронеоднородных материалов и разрушение. 2006. №12. С. 63–69.

2. Зайцев А.В., Покатаев Я.К. Новый метод построения моментных функций второго порядка случайной структуры полимербетонов // Вестник ПГТУ. Математ. моделирование систем и процессов. 2007.

Вып. 15. С. 28–45.

3. Зайцев А.В., Лукин А.В., Трефилов Н.В. Компьютерный синтез, закономерности случайных структур и моделирование процессов разрушения волокнистых композитов при продольном сдвиге // Физическая мезомеханика. 2004. Т. 7, №5. С. 73–79.

4. Debye P., Anderson H.R., Brumberger H. Scattering by an inhomogeneous solid. II. The correlation function and its application // J. Appl. Phys. Vol. 28, No 6. P. 679–683.

5. Зайцев А.В., Кокшаров В.С. Статистическое описание случайных полей напряжений и деформаций в дисперсно-упрочненных композитах // Молодежная наука Прикамья. 2010. Вып. 11. С. 167–171.

**GENERAL REGULARITIES OF STRUCTURES, RANDOM STRESS AND STRAIN FIELDS
IN UNIDIRECTIONAL FIBRE-AND-PARTICLE-REINFORCED COMPOSITES**

A.V. Zaitsev, A.V. Kislitsyn, V.S. Koksharov

A new method of analytical calculation of multipoint correlation functions of a random structure, random stress and strain fields in unidirectional fibre- and particle-reinforced composites (i.e. 2D and 3D matrix-inclusion composites) is developed on the basis of the proven theorems for geometric sense of conditional probabilities. Theorems on the derivative sign of conditional and unconditional correlation functions of the second, third and fourth orders at the points corresponding to zero values of the arguments, and on the local isotropy of random fields for 2D and 3D matrix-inclusion composites were formulated and proved.

Keywords: random-structure, unidirectional fibre- and particle-reinforced composites, statistical description and stochastic regularities, identification and classification of phases, multi-particle interaction, order parameters, quasideterministic and periodic terms, characteristic size, representative volume element, polydisperse approximation, multiprocessor high-performance parallel algorithms.