УДК 624.04

О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МОДЕЛИ СКЛАДКИ В РАСЧЕТАХ ДИНАМИКИ ВАНТОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Г.М. Кадисов

Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия, Омск

kadisov@rambler.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Рассматриваются вопросы применения модели складки и функций Грина в расчетах на статику, динамику и устойчивость пространственных тонкостенных призматических конструкций, содержащих, в частности, пластинки с прямоугольными вырезами. Приводится расчет колебаний вантового моста с применением смешанного метода и метода разложения по собственным формам.

Ключевые слова: модель, складка, функция Грина, статика, динамика, устойчивость, расчет, ванта, мост.

Введение

Известная модель складки, предложенная А.В. Александровым для расчета тонкостенных призматических систем с использованием метода перемещений, ординарных тригонометрических рядов и точных решений теории упругости [1], применена для расчета совместных колебаний разрезных и неразрезных многопролетных строений мостов и движущихся по ним с постоянной скоростью механических объектов (грузовых автомобилей) [2]. Показано, что в случае регулярной колонны автомобилей возможны резонансные явления при практически достижимых скоростях. В модели складки предполагается расположение нагрузки на узловых линиях. В методе конечных элементов (МКЭ) внешняя нагрузка приложена также к узлам конечно-элементной модели. Но если в МКЭ это относительно оправдано за счет выбора достаточно малых размеров конечных элементов, то в моделях складки имеет смысл в некоторых задачах размещать нагрузку между узловыми линиями, непосредственно на пластинки. С этой целью автором разработаны функции Грина для плоского и изгибного напряженно-деформированных состояний отдельной прямоугольной пластинки и процедура соответствующего расчета складки целиком [3]. В дальнейшем оказалось возможным применить модель складки и функции Грина для расчета напряжений в сжатых прямоугольных пластинках, содержащих прямоугольные вырезы. Кроме этого, рассматривается применение модели складки для динамических расчетов вантовых мостов с тонкостенными пролетными строениями.

Функции Грина для прямоугольных пластинок

Прямоугольная пластинка принимается шарнирно опертой поперечными кромками и жестко защемленными продольными. Рассмотрим вкратце построение функции Грина в случае плоского напряженного состояния. Сосредоточенную нагрузку, действующую в плоскости пластинки, разложим в ряд по синусам. Искомую функцию напряжений также представим в виде ряда по синусам по продольной координате с коэффициентами, зависящими от поперечной координаты. Эти коэффициенты находим из решения обыкновенного дифференциального уравнения четвертого порядка при нулевых краевых кинематических условиях на продольных кромках с учетом непрерывности перемещений и уравнений равновесия в точке с особенностью.

Сначала строится решение на участке левее особенности в виде двух функций, каждая из них удовлетворяет дифференциальному уравнению и дает нулевые перемещения на левом краю. Решение на правом участке получается из первых двух функций сдвигом начала отсчета на ширину пластинки.

Полученные четыре функции сшиваются, обеспечивая непрерывность перемещений и выполнение условий равновесия в точке сопряжения участков. Аналогично строится функция Грина для случая изгиба пластинки. Полученное решение пригодно только для отдельной пластинки. В случае пластинки, находящейся в составе складки, нужно учесть влияние ненулевых краевых условий, вызванных деформациями узловых линий складки на продольных кромках данной пластинки. Эти деформации вызваны не только местной нагрузкой, действующей на данную пластинку, но и внешней нагрузкой на складку. Поэтому местную нагрузку необходимо привести к узловым линиям и совместно с общей узловой нагрузкой найти амплитуды перемещений всех узловых линий для каждой гармоники путем решения системы уравнений метода перемещений, затем по амплитудам перемещений узловых линий на продольных кромках данной пластинки найти амплитуды напряжений в данной точке и, таким образом, к полученным перемещениям и напряжениям от местной нагрузки добавить перемещения и напряжения от общей деформации складки.

Далее рассматривается применение функций Грина при формировании компенсирующей нагрузки в задачах расчета напряжений в пластинках и складках с прямоугольными отверстиями [4]. Полученные поля напряжений используются в расчетах устойчивости таких конструкций. На численных примерах показано влияние размерности задачи (количество узловых линий, учитываемых гармоник, компонентов компенсирующей нагрузки) на параметр критической нагрузки.

Динамический расчет вантовых пролетных строений

Пусть вантовый мост состоит из тонкостенного двухпролетного строения с шарнирно подвижным опиранием на торцах и шарнирно неподвижным опиранием на пилон. Ванты расположены веером по обе стороны от пилона. Используя смешанный метод, уравнения динамики запишем в матричной форме:

$$\begin{gathered}\mathbf{M}_i\ddot{\mathbf{z}}_i+\mathbf{R}_i\mathbf{z}_i+\mathbf{R}_{ix}\mathbf{x}+\mathbf{R}_{iq}=\mathbf{0};\quad (i=1,\dots,N);\\ \mathbf{M}_\pi\ddot{\mathbf{z}}_\pi+\mathbf{R}_\pi\mathbf{z}_\pi+\mathbf{R}_{\pi x}\mathbf{x}=\mathbf{0};\\ \sum\mathbf{\Delta}_{xi}\mathbf{z}_i+\mathbf{\Delta}_{x\pi}\mathbf{z}_\pi+\mathbf{\Delta}_{xx}\mathbf{x}=\mathbf{0};\end{gathered}\tag{1}$$

где $\mathbf{z}_i$ – вектор амплитуд узловых перемещений складки; $\mathbf{z}_\pi$ – вектор перемещений пилона; $\mathbf{x}$ – вектор усилий в вантах; $\mathbf{R}_i$, $\mathbf{R}_{ix}$, $\mathbf{R}_{iq}$ – матрицы единичных реакций в i-й системе связей соответственно от деформирования складки, от вант, от заданной внешней неподвижной нагрузки; N – количество гармоник, учитываемых при расчете; $\mathbf{M}_i$, $\mathbf{M}_\pi$ – матрицы инерционности складки и пилона; $\mathbf{\Delta}_{xi}$, $\mathbf{\Delta}_{x\pi}$, $\mathbf{\Delta}_{xx}$ – матрицы единичных перемещений по направлениям вант от деформирования складки, пилона и вант.

Для решения системы (1) воспользуемся методом разложения по собственным формам. Предварительно необходимо найти собственные частоты и собственные формы. Один из возможных способов решения задачи на собственные значения сводится к исключению из последнего уравнения системы (1) векторов узловых перемещений $\mathbf{z}_i$ и $\mathbf{z}_\pi$ с преобразованием к следующему одному матричному уравнению относительно усилий в вантах $\mathbf{x}$:

$$\begin{gathered}\{\mathbf{\Delta}_{xx}-\mathbf{\Delta}_{x\pi}(\mathbf{R}_\pi-\lambda\mathbf{M}_\pi)^{-1}\mathbf{R}_{\pi x}-\\ -\sum\mathbf{\Delta}_{xi}(\mathbf{R}_i-\lambda\mathbf{M}_i)^{-1}\mathbf{R}_{ix}\}\mathbf{x}=\mathbf{0}.\end{gathered}\tag{2}$$

Определитель матрицы коэффициентов в левой части уравнения (2) обращается в бесконечность на собственных частотах раздельных складки и пилона, его нули соответствуют собственным числам λ – квадратам собственных частот рассматриваемой конструкции. Это позволяет эффективно решить задачу на собственные значения и определить ее собственные формы, если предварительно решены задачи на собственные значения для раздельных конструкций: пролетного строения и пилона.

Далее рассматриваются колебания вантового пролетного строения при обрыве одной ванты. Начальное деформированное состояние конструкции определяется при наличии всех вант из уравнений статики, которые получаются исключением инерционных слагаемых в первых двух уравнениях системы (1). Частное решение для системы с оборванной вантой, полагая нагрузку постоянной, получим также из уравнений статики. Проектируя оба полученных решения на пространство собственных форм конструкции без одной ванты, можно путем суммирования общего решения однородной системы с частным решением составить уравнения движения в обобщенных координатах и затем получить перемещения и усилия в конструкции в любой момент времени при свободных колебаниях от ее начального состояния.

Рассмотрены задачи динамики конструкции в случае последовательного обрыва наиболее напряженных вант.

Заключение

Разработанный комплекс программ пригоден для ориентировочных статических и динамических расчетов плоских и пространственных конструкций, расчетная схема которых с определенной степенью приближения может быть представлена моделью складки. В одних случаях решения будут практически точными, в других – приближенными.

Список литературы

1. Александров А.В., Лащеников Б.Я., Шапошников Н.Н. Строительная механика. Тонкостенные пространственные системы. М.: Стройиздат, 1983. 488 с.
2. Кадисов Г.М. Динамика и устойчивость сооружений: Учеб. пособие. М.: Изд-во АСВ, 2007. 272 с.
3. Кадисов Г.М. Применение матриц Грина в задачах строительной механики прямоугольных пластин // Строительная механика и расчет сооружений. 2006. №5. С. 69–77.
4. Кадисов Г.М. О применении модели складки в расчетах конструкций // Вестник СибАДИ: Научный рецензируемый журнал / Омск: СибАДИ, 2010. №4(18).

APPLICATION POSSIBILITY OF FOLD SYSTEM MODEL IN DYNAMICS CALCULATIONS OF CABLE-STAYED STRUCTURES

G.M. Kadisov

Considers questions of application of fold system model and Green functions in calculations of statics, dynamics and stability spatial fine-wall prismatic constructions, which contains, in particular, plate right-angled cut. Discusses calculation of swing of cable-stayed bridge by applying mixed method and method of decomposition of eigenforms.

Keywords: model, fold system, Green function, statics, dynamics, stability, calculation, stay cables, bridge.