

УДК 539.3

**СТРУКТУРНО-КОНТИНУАЛЬНЫЙ ПОДХОД  
В ЗАДАЧАХ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ**

© 2011 г.

*А.В. Каштанов*

Санкт-Петербургский госуниверситет

kashto@mail.ru

*Поступила в редакцию 15.06.2011*

Излагается структурно-континуальный (кинетический) подход для описания феномена разрушения твердых тел. Возможности такого подхода проиллюстрированы на примерах описания процессов накопления повреждений, ползучести, роста усталостных трещин, а также при решении задач откола и динамического инициирования трещин. Основные результаты могут быть обобщены для описания внезапных структурных переходов в различных областях механики сплошной среды.

*Ключевые слова:* инкубационное время, структурная ячейка разрушения, динамическое разрушение, динамическая прочность, длительная прочность, усталостное разрушение, ползучесть.

**Введение**

В противоположность статическому случаю, когда экспериментально определяемые прочностные характеристики являются константами материала, динамическая прочность материалов ведет себя крайне нестабильно и зависит как от истории нагружения, так и от множества других факторов. При этом характер зависимости динамической прочности от длительности импульса нагружения характеризуется двумя асимптотами, соответствующими экстремально коротким (динамическая ветвь диаграммы прочности) и экстремально длинным (статическая ветвь) импульсам нагружения. При моделировании динамического разрушения необходимо учитывать не только упругое сопротивление материала разрушению, но и влияние больших локальных деформаций и микрорелаксационных процессов в зоне разрушения. Для учета интегрального вклада этих процессов в феномен разрушения Н.Ф. Морозовым, Ю.В. Петровым и А.А. Уткиным был предложен критерий инкубационного времени [1], который на самом деле является частным случаем более общего структурно-временного критерия разрушения [2]. Структурно-временной подход позволяет учесть интегральный вклад релаксационных процессов в феномен разрушения, но не дает непосредственного описания кинетики этих процессов на микроуровне. Тем не менее, такое описание может быть получено в рамках концепции инкубационного времени.

Излагается структурно-континуальный подход в механике сплошной среды. Основной ак-

цент сделан на исследовании различных феноменов разрушения твердых тел, однако основные результаты могут быть обобщены для описания других процессов структурных переходов в механике сплошной среды.

**Структурно-временной подход  
в механике сплошной среды**

Структурно-временной подход, по сути, является обобщением нелокальной механики разрушения (критерия Нейбера–Новожилова [2]) на случай динамического нагружения. С формальной точки зрения подход Нейбера–Новожилова постулирует тривиальный факт – процесс разрушения должен рассматриваться не в точке, а в некотором объеме (структурной ячейке), имеющем характерный линейный размер  $d$ . Этот постулат выявляет кинетическую природу процесса разрушения: при рассмотрении разрушения некоторого объема мы уже не можем говорить о «мгновенности» феномена разрушения, а должны учитывать, что материалу требуется некоторое время для релаксации напряжений и формирования поверхности разрушения. Соответственно критерий динамического разрушения в терминах непрерывного поля напряжений  $\sigma$  может быть сформулирован следующим образом: импульс силы, действующий в течение некоторого времени, должен достигнуть своего критического значения [2]:

$$J(t) \leq J_C, \quad J(t) = \int_{t-\tau}^t \int_{x-d}^x \sigma(x', t') dx' dt', \quad (1)$$

$$J_C = \sigma_C \tau d.$$

Здесь  $\sigma_C$  – статический предел прочности материала, а  $\tau$  – инкубационное время (характерное время разрушения одной структурной ячейки или характерное время протекания релаксационных процессов в материале). Таким образом, структурно-временной критерий разрушения оперирует двумя масштабами (временным масштабом  $\tau$  и пространственным масштабом  $d$ , причем они могут рассматриваться как параметры материала и определяются из простых квазистатических экспериментов) и всего тремя экспериментально определяемыми параметрами –  $\sigma_C$ ,  $K_{1C}$  и  $\tau$ . При этом он способен описать все разнообразие эффектов динамического разрушения (см., например, [2]). В частном случае, когда поле напряжений вблизи предполагаемой точки разрушения зависит только от времени (например в задаче откола, где поле напряжений пространственно-однородно по любому сечению образца) критерий (1) принимает вид критерия инкубационного времени [2]. Этот критерий, предложенный изначально для описания процесса динамического разрушения в задачах откола и старта трещин, хорошо работает во многих других областях механики сплошной среды при описании динамических процессов структурного превращения. Среди них – импульсный электрический пробой диэлектриков [3], инициирование кавитации в жидкостях [3], ударное инициирование пластического течения [4] и плавления [5], а также инициирование прямой детонации в газовых смесях [6]. Для описания перечисленных процессов была предложена обобщенная форма записи критерия инкубационного времени, а именно:

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t G_s^\beta(t') dt' \leq G_C^\beta, \quad (2)$$

$$G_s^\beta(t) = \text{sign } G(t) G^\beta(t).$$

Здесь  $G$  – динамически изменяющаяся функция, характеризующая интенсивность внешнего воздействия (в задачах механики разрушения – локальные напряжения или коэффициент интенсивности напряжений для задач с трещинами),  $G_C$  – ее критическое значение при квазистатических (медленных) нагрузках, параметр  $\beta$  отвечает за чувствительность материала к интенсивности нагружения, а  $\tau$  – инкубационное время, ассоциируемое с кинетикой микрорелаксационных процессов, сопровождающих структурные изменения в среде.

### Структурно-континуальный подход в механике сплошной среды

Структурно-континуальный (структурно-ки-

нетический) подход, опираясь на концепцию инкубационного времени, оперирует функцией поврежденности  $\theta$ , которая может рассматриваться как характеристика локального состояния «микроразрушенности» материала, аналогично параметру поврежденности в теориях накопления повреждений. Однако, в отличие от феноменологических теорий длительной прочности и ползучести, он строится из соображений сохранения массы материала в процессе разрушения. Получаемое в результате кинетическое уравнение имеет вид [7]:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{\tau\zeta} \frac{G_s^\beta(t) - G_s^\beta(t-\tau)}{G_C^\beta} \theta^{\alpha_1} (1-\theta)^{\alpha_2}, \quad (3)$$

где  $\zeta = \frac{\Gamma(2-\alpha_1-\alpha_2)}{\Gamma(1-\alpha_1)\Gamma(1-\alpha_2)}$ .

Здесь  $0 \leq \alpha_1 < 1$  и  $\alpha_2 < 1$  – некоторые постоянные. Заметим, что при произвольных значениях этих параметров интегрирование уравнения (3) невозможно, однако можно выделить два важных частных случая, когда один из параметров  $\alpha_1$  или  $\alpha_2$  равен нулю. Можно показать [7], что  $\alpha_1 = 0$  соответствует случаю разрушения условно бездефектных материалов (накоплению поврежденности), а  $\alpha_2 = 0$  – случаю роста макротрещин.

Предлагаемый структурно-континуальный подход позволяет решать важнейшие задачи статики и динамики разрушения. При этом соответствующее кинетическое уравнение, с одной стороны, является обобщением классических критериев и уравнений мгновенной и длительной прочности на случай динамического нагружения, а с другой, – позволяет корректно описать кинетику инкубационных процессов и получить критерий динамического разрушения. Иллюстрируются возможности структурно-континуального подхода при описании процессов накопления повреждений, ползучести, роста усталостных трещин, а также при решении задач откола и динамического инициирования трещин.

*Работа выполнена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы и при поддержке грантом РФФИ №10-01-00810-а.*

### Список литературы

1. Morozov N.F., Petrov Yu.V., Utkin A.A. // Soviet Material Science. 1988. V. 24, No 4. P. 397–399.
2. Morozov N.F., Petrov Y.V. Dynamics of Fracture. Berlin–Heidelberg–New York: Springer-Verlag, 2000.
3. Petrov Y.V. // Doklady Physics. 2004. V. 49, No 4. P. 246–249.
4. Gruzdkov, A. Petrov Y. // Doklady Physics. 1999. V. 44, No 2. P. 114–117.
5. Petrov Y.V., Sitnikova E.V. // Doklady Physics.

2005. V. 50, No 2. P. 88–90.

6. Bratov V., Isakov L., Petrov Y. // Doklady Physics.  
2008. V. 53, No 10. P. 507–509.

7. Kashtanov A.V., Petrov Yu.V., Pugno N., Carpin-  
teri A. // Int. Journal of Fracture. 2009. V. 150, No 1-2.  
P. 227–240.

## STRUCTURAL-CONTINUAL APPROACH IN PROBLEMS OF FRACTURE MECHANICS

*A.V. Kashtanov*

A structural-continual approach in fracture mechanics is presented. The approach is illustrated using problems of damage mechanics, creep and fatigue cracks as well as spall and dynamic crack problems. The main results can be also generalized to describe sudden structural transitions in different problems of solid mechanics.

*Keywords:* incubation time, structural fracture cell, dynamic fracture, dynamic strength, long-term strength, fatigue, creepage.