

УДК 539.411:620.173

НЕОБХОДИМЫЕ УСЛОВИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ИЗОТРОПНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ОСЕВОМ СЖАТИИ

© 2011 г.

Г.И. Колосов

Центральный научно-исследовательский институт машиностроения, г. Королёв

gkolosov@list.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Представлен обзор работ, в которых получены аналитические и численные результаты определения нижнего предела нагрузок потери устойчивости сжатых в осевом направлении изотропных цилиндрических оболочек. Исследования проведены на основе динамического критерия устойчивости в форме Четаева и уравнений возмущенного движения идеальных оболочек, линеаризованных в окрестности рассматриваемых равновесных состояний. Результаты вычислений напряжений, соответствующих этому пределу, понимаемому как необходимые условия неустойчивости сжатых цилиндрических оболочек, качественно и количественно близки к нижней границе экспериментально определенных критических напряжений во всем диапазоне безразмерных параметров подобия цилиндрических оболочек.

Ключевые слова: оболочки, устойчивость, прогнозирование.

Нижний предел нагрузок потери устойчивости сжатых в осевом направлении изотропных цилиндрических оболочек, связанный с присутствием случайных возмущающих факторов, предлагается понимать как необходимые условия их потери устойчивости. На наличие такого предела, постулированного в работе [1], указывают результаты статистической обработки экспериментальных исследований, представленных в работе [2], где кривая зависимости коэффициентов устойчивости от относительной толщины оболочки при 99%-ном уровне вероятности попадания экспериментальных точек в вышележащую от нее область хорошо подтверждает указанный постулат.

В рассматриваемой задаче использование динамического критерия устойчивости по Четаеву и линеаризованных уравнений движения в окрестности положения равновесия оболочки позволило аналитически определить нижний предел нагрузки, связанный с присутствием случайных возмущающих факторов применительно к граничным условиям Навье [3]. Коэффициент устойчивости в этом случае вычисляется по соотношениям:

$$k_0 = \frac{F(m)}{4\sqrt{3(1-\mu^2)}} \frac{h}{R},$$

$$F(m) = \alpha_{m+1} + \alpha_m - \mu^2 + \frac{12\mu^2}{\alpha_{m+1}\alpha_m} \frac{R^2}{h^2},$$

$$\alpha_m = (\pi R m / l)^2,$$

$$m = \begin{cases} 1, & \mu \leq \mu_0 = \sqrt{3} \frac{h}{R} \left(\frac{\pi R}{l} \right)^3, \\ \text{aint} \left(\frac{l \sqrt[6]{12}}{\pi R} \sqrt[3]{\mu \frac{R}{h}} \right), & \mu \geq \mu_0. \end{cases}$$

Здесь μ – коэффициент Пуассона; l , R , h – длина, радиус и толщина оболочки, $\text{aint}(x)$ – функция, обрезающая вещественную величину x в сторону нуля до целой части.

В случае рассмотрения длинных оболочек величина k_0 не зависит от граничных условий [4] и вычисляется по соотношению

$$k_0 = \frac{\mu^{2/3}}{\sqrt{1-\mu^2}} \left(\frac{h}{R} \right)^{1/3}.$$

Коэффициенты устойчивости защемленных по торцам оболочек k_z были определены расчетным путем с использованием процедуры численного интегрирования. Алгоритм вычислений описан в работе [4]. Зависимости параметров k_0 и k_z от параметра относительной толщины R/h представлены на рис. 1, а от параметра относительной длины оболочки $Z = l \sqrt[4]{1-\mu^2} / \sqrt{Rh}$ – на рис. 2. Значения параметра k_z , соответствующие зависимости коэффициентов устойчивости от относительной толщины и длины оболочки при 99%-ном уровне вероятности попадания экспериментальных точек в вышележащую от нее область, представлены там же.

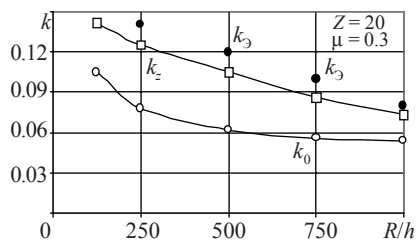


Рис. 1

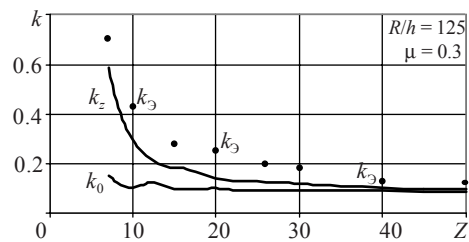


Рис. 2

Полученные результаты свидетельствуют о том, что для изотропных цилиндрических оболочек средней длины (при $Z \leq 35$) следует при определении коэффициента устойчивости учитывать реальные граничные условия, что обеспечит надежную оценку ее критических усилий сжатия снизу при любых безразмерных параметрах подобия.

Список литературы

1. Karman T., Tsien H.S. // J. Aeron. Sci. 1941. Vol. 8, No 8. P. 302–312.
2. Harris L.A. et al. // J. Aeron. Sci. 1957. Vol. 24, No 8. P. 587–596.
3. Колосов Г.И. // Изв. РАН. МТТ. 2006. №2. С. 77–83.
4. Колосов Г.И. // Космонавтика и ракетостроение. ЦНИИмаш. 2008. Вып. 4(53). С. 67–70.

THE NECESSARY CONDITIONS OF INSTABILITY OF ISOTROPIC CYLINDRICAL SHELLS UNDER AXIAL COMPRESSION

G.I. Kolosov

This article gives a review of publications presenting analytical and numerical results on determining the lower limit of loss-of-stability loads of isotropic cylindrical shells under axial compression. The research was performed using the dynamic criterion in Chetaev's form and ideal shells perturbation equations, linearized in the vicinity of the considered equilibrium state. The stress calculation results corresponding to the limit in question considered as necessary conditions of compressed cylindrical shells instability are qualitatively and quantitatively close to the lower limit of experimentally determined critical stresses in the whole range of dimensionless parameters of similarity cylindrical shells.

Keywords: shells, stability, prediction.