

УДК 539.2:629.22-419

КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СЛОИСТОЙ ОБОЛОЧКИ, ПОДКРЕПЛЕННОЙ ПУСТОТЕЛЫМ ЦИЛИНДРОМ, С ЛОЖЕМЕНТОМ

© 2011 г. *В.А. Андрияшин, В.П. Георгиевский, А.Я. Недбай, Ю.С. Соломонов*

Московский институт теплотехники

mitemail@umail.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

В рамках плоской задачи рассматривается контактное взаимодействие слоистой оболочки, подкрепленной пустотелым упругим цилиндром, с бесконечно жестким ложементом, имеющим упругую прокладку. Радиусы ложементов и оболочки имеют разные, но достаточно близкие значения. По внутренней поверхности оболочки жестко скреплена с цилиндром. Поведение оболочки описывается уравнениями теории слоистых оболочек, а цилиндра – уравнениями теории упругости. Прокладка представлена основанием Винклера.

Ключевые слова: слоистая оболочка, упругий цилиндр, жесткий ложемент, основание Винклера.

Вопросам контактного взаимодействия цилиндра с цилиндрической полостью, имеющих близкие радиусы, посвящен ряд работ [1–6]. В настоящей работе исследуется контактное взаимодействие цилиндрической слоистой оболочки, подкрепленной пустотелым цилиндром, с бесконечно жестким ложементом, имеющим упругую прокладку. Радиус ложементов и радиус оболочки имеют разные, но достаточно близкие значения. Оболочка по внутренней поверхности жестко скреплена с цилиндром.

Поведение оболочки описывается уравнениями теории слоистых оболочек, а цилиндра – уравнениями теории упругости. Прокладка моделируется основанием Винклера. Функция Грина для оболочки получена в виде тригонометрического ряда с выделением логарифмической особенности [7]. Для определения коэффициента сближения используется условие равенства нулю контактных усилий на краях зоны контакта.

Используя условия совместности перемещений оболочки и прокладки [1], для зоны контакта получена следующая система интегральных уравнений:

$$\int_0^\theta q(\varphi) \left\{ \sum_{n=2}^{\infty} (G_n - 1/n) [\cos n(\varphi - \beta) + \cos n(\varphi + \beta)] \right\} d\varphi -$$

$$- \int_0^\theta q(\varphi) \left\{ \ln |2 \sin(\varphi - \beta)/2| + \ln |2 \sin(\varphi + \beta)/2| \right\} d\varphi +$$

$$+ \pi\mu\chi/Rq(\beta) = \pi\mu/R[\alpha \cos \beta - \delta(1 - \cos \beta)] + Q/2R \cos \beta,$$

$$Q = 2R \int_0^\theta q(\varphi) \cos \beta d\beta,$$

где $\delta = R_0 - R$, q – контактная нагрузка, G_n – функция Грина, χ – податливость прокладки, μ – коэффициент Ламе, α – коэффициент сближения, R_0, R – радиусы ложементов и оболочки; θ – угол полуохвата.

Для решения системы уравнений используется метод коллокаций. Выбирая точки дискретизации в виде

$$\varphi_j = \frac{\varepsilon}{2} + \varepsilon(j-1), \quad \beta_i = \frac{\varepsilon}{2} + \varepsilon(i-1),$$

$$\varepsilon = \frac{\theta}{M} \quad (i, j = 1, 2, \dots, M),$$

получим систему алгебраических уравнений

$$\varepsilon \sum_{j=1}^{M-1} a_{ij} q_j - b_i \alpha = c_i \quad (i = 1, 2, \dots, M),$$

где

$$a_{ij} = -\ln \left| 2 \sin \frac{\varepsilon(i-j)}{2} \right| - \ln \left| 2 \sin \frac{\varepsilon(i+j-1)}{2} \right| +$$

$$+ \sum_{n=2}^{\infty} \left(G_n - \frac{1}{n} \right) [\cos n\varepsilon(i-j) + \cos n\varepsilon(i+j-1)]$$

($i \neq j$),

$$b_i = \frac{\pi\mu}{R} \cos \beta_i, \quad c_i = \frac{\pi\mu\delta}{R} (1 - \cos \beta_i) + \frac{Q}{2R} \cos \beta_i,$$

$$a_{ii} = -\left(\ln \frac{\varepsilon^2}{2} - 1 \right) + \sum_{n=2}^{\infty} \left(G_n - \frac{1}{n} \right) (1 + \cos n\varepsilon) +$$

$$+ \frac{\pi\mu\chi}{\varepsilon R}, \quad Q = 2R\varepsilon \sum_{j=1}^{M-1} q_j \cos \beta_j.$$

Используя для решения системы метод последовательных приближений, определяем контактное давление q_f , угол полуохвата θ и коэффициент сближения α .

Исследовано влияние жесткости прокладки и радиуса ложеента на закон распределения контактных усилий.

Список литературы

1. Штаерман И.Я. Контактная задача теории упругости. М.-Л.: Гостехиздат, 1949. 270 с.
2. Моссаковский В.И., Гудрамович В.С., Макеев Е.М. Контактные задачи теории оболочек и стержней. М.: Машиностроение, 1978. 248 с.
3. Александров В.М., Мхитарян С.М. Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и прослойками. М.: Наука, 1983. 488 с.
4. Григолюк Э.И., Толкачев В.М. Контактные задачи теории пластин и оболочек. М.: Машиностроение, 1980. 411 с.
5. Чебаков М.И. К теории расчета двухслойного цилиндрического подшипника // Изв. РАН. МТТ. 2009. №3. С. 163–170.
6. Фесенко Е.Д., Проценко В.С., Колибабчук В.А. О контактной задаче теории упругости // Прикладная механика. 1979. Т. XV, №3. С. 102–103.
7. Соломонов Ю.С., Георгиевский В.П., Недбай А.Я., Андрияшин В.А. Методы расчета цилиндрических оболочек из композиционных материалов. М.: Физматлит, 2009. 264 с.

CONTACT INTERACTION OF LAYERED SHELL SUPPORTED BY HOLLOW CYLINDER, WITH LOGEMENT

V.A. Andryushin, V.P. Georgievskii, A.Ya. Nedbay, Yu.S. Solomonov

A contact interaction of a layered shell supported by a hollow elastic cylinder, with infinite rigid logement possessing an elastic plate, is analyzed as a plane problem. The logement radius and the shell one are different but have quite close values. The shell is rigidly fastened to the cylinder along the internal surface. The behavior of the shell is described by the equations the theory of layered shells while the cylinder is described by the equations of the elasticity theory. A plate is simulated by the Winclair foundation.

Keywords: layered shell, elastic cylinder, rigid logement, Winclair foundation.