

УДК 539.3

АНИЗОТРОПИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ

© 2011 г.

Б.Д. Аннин

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

annin@hydro.nsc.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Дан обзор работ по исследованию линейной связи между тензорами напряжений и деформаций (скоростей деформаций). В рассмотренных работах используется подход Кельвина, раскрывающий структуру этой связи на основе шести собственных модулей и шести собственных состояний. Подробно исследуется случай трансверсальной анизотропии. Рассматриваются особенности трансверсально-изотропной упругой модели геоматериалов, аналитические и численные методы решения соответствующих динамических уравнений. Обсуждается построение определяющих уравнений пластичности для описания процессов формообразования панели крыла самолета, обладающих трансверсальной изотропией пластических свойств.

Ключевые слова: анизотропия, обобщенный закон Гука, метод Кельвина, трансверсальная изотропия.

Введение

Многие материалы – горные породы, кристаллы, композиты, металлические материалы, получаемые прокаткой, волочением, – характеризуются существенной анизотропией упругопластических свойств. Обсуждаются современные подходы к исследованию анизотропии и их применение.

Метод Кельвина

Пусть $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}$ – компоненты симметричных тензоров второго ранга напряжений и деформаций связаны обобщенным законом Гука

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} \varepsilon_{kl}, \quad i, j, k, l = 1, 2, 3, \quad (1)$$

где E_{ijkl} – компоненты тензора четвертого ранга модулей упругости. Соотношение (1) рассматривается как линейное преобразование в пространстве симметричных тензоров второго ранга, для которого определяются собственные числа (модули) и собственные тензора (состояния) t_{ij} из соотношений

$$E_{ijkl} t_{kl} = \lambda t_{ij}.$$

Шесть положительных собственных модулей и шесть собственных состояний, образующих ортогональный базис, полностью определяют тензор модулей упругости, который в общем случае определяется восемнадцатью независимыми параметрами.

Начиная с работ Я.К. Рыхлевского, за последние 30 лет исследование методом Кельвина упру-

гопластической анизотропии представлено во многих научных работах. Дается обзор новейших исследований [1].

Трансверсально-изотропное тело

Трансверсально-изотропная упругая среда определяется пятью независимыми параметрами $\lambda, \lambda', \mu, \mu', G'$. Существенные ненулевые компоненты тензора E_{ijkl} таковы:

$$E_{1111} = E_{2222} = \lambda + 2\mu, \quad E_{3333} = \lambda' + 2\mu',$$

$$E_{1122} = E_{2211} = \lambda,$$

$$E_{1133} = E_{1122} = E_{3311} = E_{3322} = \lambda',$$

$$E_{2323} = E_{1313} = G', \quad E_{1212} = \mu.$$

Для этой среды два собственных значения – простые, а два – двукратные. Обсуждаются соотношения между параметрами модели, предложенные Сен-Венаном и Гассманом, а также выполнимость этих соотношений для реальных геоматериалов и слоистых периодических сред. Исследуются аналитические и численные методы решения соответствующих динамических уравнений [2].

Предлагается вариант деформационной теории и соотношения теории течения для описания упругопластического поведения трансверсально-изотропной среды [3]. Обсуждается применимость этих соотношений в задаче об изгибе панели крыла самолета [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке Интеграционного проекта СО РАН, УрО РАН, ДВО РАН №119 и РФФИ – Восток (проект 09-01-98514).

Список литературы

1. Аннин Б.Д., Остросаблин Н.И. // Прикладная механика и техническая физика. 2008. Т. 49, №6. С. 131–151.
2. Аннин Б.Д. // Сиб. журн. индустр. математики. 2009. Т. XII, №3(39). С. 5–14.
3. Аннин Б.Д. // Сиб. журн. индустр. математики. 1999. Т. 2, №2(4). С. 3–7.
4. Аннин Б.Д., Олейников А.И., Бормотин К.С. // Прикладная механика и техническая физика. 2010. Т. 51, №4. С. 139–151.

ANISOTROPY OF ELASTIC-PLASTIC PROPERTIES OF MATERIAL*B.D. Annin*

A review of studies on the linear relationship between stress and strain tensors (strain rate) is given. Kelvin approach is used in the works reviewed, which reveals the structure of this connection, based on six eigenmodules and six eigenstates. The case of transverse anisotropy is investigated in detail. Features of a transversely isotropic elastic model of geomaterials, analytical and numerical methods for solving the corresponding dynamic equations are considered. A formulation of constitutive equations of plasticity for describing the processes of forming the panel of an airplane wing, with a transverse isotropic plastic properties is discussed.

Keywords: anisotropy, the generalized Hooke's law, Kelvin method, transverse isotropy.