

УДК 539.3+535.41

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЗАДАЧ МЕТОДАМИ
ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ И ИНВЕРСИИ**

© 2011 г.

В.П. Кутовой

Сибирский госуниверситет путей сообщения, Новосибирск

v.p.kutovoy@stu.ru

Поступила в редакцию 15.06.2011

Рассмотрены особенности применения методов лазерной интерферометрии и инверсии при исследовании пространственных задач механики деформируемого твердого тела. Анализ выполнен в области пространственных частот с использованием двойного преобразования Фурье. Это позволило с единых позиций рассмотреть все оптические методы регистрации информации и облегчить ее расшифровку. Выполнена оценка погрешности определения напряженно-деформированного состояния при использовании методов инверсии.

Ключевые слова: пространственные задачи, многокурсовая голографическая интерферометрия, методы инверсии, рефракция.

Пространственные задачи механики деформируемого твердого тела относятся к одним из самых трудных, хотя арсенал методов их решения достаточно широк: это различные аналитические, численные или экспериментальные методы, причем все чаще проявляется тенденция к их сближению – совместному использованию. При этом при исследовании пространственных задач часть информации (как правило, с поверхности) получают экспериментальными методами, а затем, используя уравнения теории упругости, определяют напряженно-деформированное состояние внутри объема. Такие методы называют гибридными. Вследствие неточности получаемой с поверхности информации, погрешности определения напряженно-деформированного состояния внутри объема нередко недопустимо велики.

Предложенный в [1] метод сечений позволил свести пространственную задачу к решению нескольких плоских задач, существенно снизив трудоемкость ее решения. Для этой цели прозрачный объект или его модель просвечивались плоским лазерным лучом вдоль исследуемого сечения, а перемещения рассеивающих центров этого сечения регистрировались методами голографической интерферометрии. В такой постановке определение напряженно-деформированного состояния имеет существенное отличие от решения для деформируемых поверхностей. При регистрации информации с поверхности объекта исследования регистрируется изменение пространственной частоты света, рассеянного этой поверхностью в результате ее деформирования. При этом находя-

щаяся между поверхностью и регистратором среда (как правило, воздух) является однородной. В случае регистрации интерферограмм внутренних сечений между исследуемым сечением и плоскостью регистрации интерферограммы находится еще и неоднородно деформируемый объем. Рефракция в неоднородно деформируемом объеме рассеянного в исследуемом сечении света приводит к дополнительному изменению его пространственной частоты и к увеличению погрешности определения напряженно-деформированного состояния [2]. При этом интерферограмма регистрирует суммарную деформацию $\varepsilon_{x_i}^{(\Sigma)} = \varepsilon_{x_i} + \varepsilon_{x_i}^{(R)}$: деформацию сечения ε_{x_i} и фиктивную деформацию $\varepsilon_{x_i}^{(R)}$, обусловленную рефракцией.

Для оптически изотропных материалов с пьезооптическими коэффициентами $C_1 = C_2 = C$ и коэффициентом преломления n_0 распределение его изменений $\Delta n(x, y)$ в результате деформирования может быть определено в соответствии с соотношениями Максвелла–Неймана: $\Delta n = n - n_0 = C(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$. Тогда фиктивные деформации определяются интегралом по направлению просвечивания [3]:

$$\varepsilon_{x_i}^{(R)} = \frac{C}{n_0} \int_0^s \frac{\partial^2 \sigma^1}{\partial x_i^2} s ds, \quad (1)$$

где $\sigma^1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ – первый инвариант тензора напряжений.

Таким образом, для определения фиктивных деформаций необходимо знание распределения $\sigma^1(x, y, z)$. Для этих целей предложено использовать интерферограммы, полученные при много-

ракурсном просвечивании исследуемого объекта (рис. 1, $z = \text{const}$) и методы инверсии с использованием преобразования Радона.

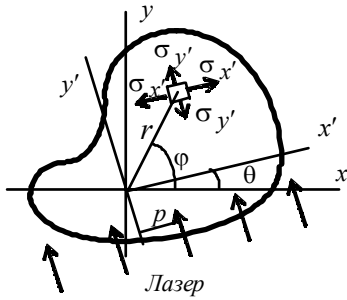


Рис. 1

Регистрируемый порядок интерференционной полосы $N(p, \theta)$ как функция прицельного параметра p луча и нормали к направлению просвечивания θ в полярной системе координат (см. рис. 1) может быть представлен интегралом Радона:

$$N(p, \theta)\lambda = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta n(r, \varphi) \delta[p - r \cos(\varphi - \theta)] dx dy = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta n(x, y) \delta[p - x \sin \theta + y \cos \theta] dx dy, \quad (2)$$

где δ – функция Дирака.

Распределение $\sigma^I(x, y)$ при фиксированном z может быть определено, согласно [4], инверсией (2):

$$\sigma^I(x, y) = \frac{\lambda}{2C\pi^2} \int_0^\pi d\theta \int_{-\infty}^\infty \frac{N(p, \theta) dp}{(p - p_0)^2}, \quad (3)$$

где $p_0 = -x \sin \theta + y \cos \theta = r \cos(\varphi - \theta)$.

Погрешность реконструкции функции $\sigma^I(x, y)$ существенно зависит от числа проекций K_θ и количества значений функции N_p в каждой из проекций [3, 4]. В отличие от медицинской томографии в задачах механики деформируемого твердого тела количество проекций K_θ ограничено. Поэтому особое значение приобретают итерационные алгоритмы, позволяющие при минимальном числе проекций получать значения искомой функции путем последовательного введения в алгоритм априорной физической информации о функции. Для этих целей используют уравнения равновесия, совместности деформаций, граничные условия и т.д. Проведенные вычислительные эксперименты с использованием нескольких алгоритмов реконструкции: Шеппа – Логана, Ерохина – Шнейдерова, Гершберга – Папулиса [4] – показали, что погрешности реконструкции экстремальных значений функции $\sigma^I(x, y)$ даже при малых K_θ невелики и эти алгоритмы могут быть эффективно использованы для определения напряжен-

но-деформированного состояния. В качестве примера на рис. 2 представлена реконструкция распределения $\sigma^I(x, y)$ при $K_\theta = 6$ и числе отсчетов в проекции $N_p = 65$ для призмы (сечение в плане 80×80 мм²) в плоскости $y = 0$ (пунктир) под действием цилиндрического штампа ($2a = 20$ мм). Для сравнения представлено также аналитическое решение для полупространства (сплошные линии).

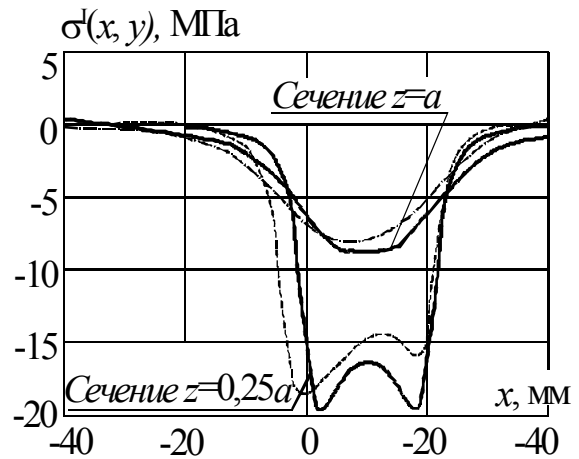
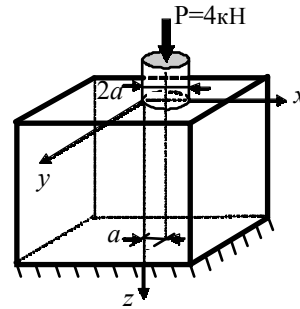


Рис. 2

Анализ среднеквадратичных ошибок реконструкции в вычислительных экспериментах показал существенные преимущества итерационных алгоритмов, использующих априорную информацию о восстанавливаемой функции: в зонах с экстремальными значениями функции уже шести ракурсов достаточно для определения функции с приемлемой точностью.

Список литературы

1. Barker D.B., Fourney M.E. Displacement measurements in the interior of the 3D bodies using scattered-light speckle patterns // Exp. Mech. 1976. V. 16, No 6. P. 209–214.
2. Kutovoy V.P. The Influence of stress gradient on a stress-strain determination of three-dimensional bodies by holographic interferometry // Infrferometry'94: Proc. SPIE. Bellingham. 1994. V. 2342. P. 232–237.

3. Kutovoy V.P. Three-dimensional stress-strain analysis using holographic interferometry // Laser Metrology Applied to Science, Industry and Everyday Life: Proc. SPIE. Bellingham, 2002. V. 4900. P. 1231–1238.
4. Пикалов В.В., Мельникова Т.С. Томография плазмы. Новосибирск: Наука, 1995. 229 с.

THREE-DIMENSIONAL STRESS-STRAIN ANALYSIS USING HOLOGRAPHIC INTERFEROMETRY AND INVERSION METHODS

V.P. Kutovoy

Three-dimensional stress-strain analysis using multidirectional holographic interferometry and inversion methods is considered. The effect of refraction in the inhomogeneously deformed media on the fringe formation is demonstrated. Errors caused by internal refraction in the steep gradient region and a limited number of projections are estimated. Analytical, numerical and experimental results are compared.

Keywords: 3D stress-strain analysis, multidirectional holographic interferometry, inversion methods, effect of refraction.