

УДК 539.4

**ТРЕХПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ИНТЕГРАЛЬНЫЙ КРИТЕРИЙ РАЗРУШЕНИЯ**

© 2011 г.

*М.А. Леган*

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

legan@hydro.nsc.ru

*Поступила в редакцию 15.06.2011*

Сформулирован трехпараметрический интегральный критерий разрушения. Проведено сравнение результатов расчета предельной нагрузки и направления разрыва по этому критерию с экспериментальными данными по разрушению образцов с концентраторами напряжений. Использовались известные в литературе и новые экспериментальные данные. Наличие в критерии двух параметров материала и дополнительного параметра аппроксимации позволяет получить хорошее соответствие расчетных и экспериментальных результатов.

*Ключевые слова:* интегральный критерий разрушения, концентрация напряжений, разрушение, экспериментальные данные.

**Двухпараметрический интегральный критерий разрушения**

В известном интегральном критерии типа Нейбера–Новожилова с пределом прочности материала  $\sigma_B$  сравнивается не максимальное значение первого главного напряжения  $\sigma_1$ , а среднее нормальное напряжение

$$\langle \sigma_v \rangle = \frac{1}{L_*} \int_a^{a+L_*} \sigma_v dx \quad (1)$$

на площадке размером  $L_*$ , включающей бесконечно малую площадку  $\sigma_1$  в рассматриваемой точке тела  $x = a$ , где обе площадки имеют общую нормаль  $v$ . В момент начала разрушения

$$\langle \sigma_v \rangle = \sigma_B. \quad (2)$$

Если размер площадки осреднения  $L_*$  находится из уравнения

$$L_* = 2/\pi(K_{lc}^2/\sigma_B^2), \quad (3)$$

где  $K_{lc}$  – критический коэффициент интенсивности напряжений, то при использовании асимптотических выражений для напряжений в окрестности вершин трещин интегральный критерий дает те же самые результаты, что и условие нормального отрыва в линейной механике разрушения.

Таким образом, интегральный критерий типа Нейбера–Новожилова содержит два параметра материала: предел прочности  $\sigma_B$ . В и характерный размер  $L_*$ , который находится по стандартным характеристикам материала  $\sigma_B$  и  $K_{lc}$ . Параметр  $L_*$  равен известному в механике разрушения критическому размеру дефекта в виде трещи-

ны Гриффитса, то есть такому максимально допустимому размеру дефекта, при котором еще не происходит снижение прочности материала при одноосном растяжении. Следовательно, параметр  $L_*$  характеризует неоднородность материала, связанную с наличием дефектов. При этом реальные дефекты, имеющиеся в материале, могут отличаться от трещин, но их суммарное влияние на прочность при растяжении эквивалентно наличию трещины длиной  $L_*$ , перпендикулярной направлению растяжения. В этом смысле трещина Гриффитса длиной  $L_*$  представляет собой эквивалентный дефект, характеризующий неоднородность материала.

Однако с помощью двухпараметрического интегрального критерия не всегда удастся хорошо описать экспериментальные данные по разрушению образцов с концентраторами напряжений [1]. Кроме того, такой критерий не дает значения критических размеров дефектов типа отверстий и пор. Поэтому предлагается формулировка трехпараметрического интегрального критерия разрушения. Наличие дополнительного третьего параметра позволит лучше описать имеющиеся экспериментальные данные по разрушению образцов с концентраторами напряжений и, что особенно важно, получить оценки критических размеров дефектов не только в виде трещин, но и в виде отверстий и пор. Известно, что прочность образцов из некоторых хрупких материалов, в том числе керамических, тем меньше, чем больше размер имеющихся дефектов. При этом роль дефектов, определяющих прочность, могут играть не только микротрещины, но и поры.

### Формулировка трехпараметрического интегрального критерия

Для определения разрушающей нагрузки сравнивать с пределом прочности материала  $\sigma_B$  нужно не среднее нормальное напряжение  $\langle \sigma_v \rangle$ , а эффективное напряжения  $\sigma_e$ , которое вычисляется так:

$$\sigma_e = \frac{\sigma_1}{(1 - \eta + \sqrt{\eta^2 + (\sigma_1 - \langle \sigma_v \rangle) / \langle \sigma_v \rangle})^2}, \quad (4)$$

где  $\eta$  – безразмерный параметр ( $0 \leq \eta \leq 1$ ), который можно рассматривать как параметр аппроксимации.

Разрушение в окрестности рассматриваемой точки начинается при достижении эффективным напряжением предела прочности материала:

$$\sigma_e = \sigma_B \quad (5)$$

и первоначально распространяется по площадке действия первого главного напряжения.

При  $\eta = 1$  критерий (4), (5) совпадает с известным двухпараметрическим критерием (1), (2). Однако при других значениях  $\eta$  с помощью (4), (5) можно получить лучшее по сравнению с (1), (2) соответствие экспериментальным данным по разрушению образцов с концентраторами напряжений. Например, при  $\eta = 0$  критерий (4), (5) хорошо описывает экспериментальные данные [1] по разрушению растягиваемых пластин из ПММА с центральным круглым отверстием.

Предлагаемый критерий (4), (5) также применен для описания экспериментальных результатов автора по разрушению эбонитовых цилиндрических образцов с центральным отверстием при сжатии по диаметру. При этом использовалось значение параметра  $\eta = 0.9$ . Эксперименты были проведены при значениях диаметра отверстия  $d = 1.4; 2$  и  $3$  мм. Параметр  $L_* = 1.05$  мм вычислен по формуле (3) по значениям  $\sigma_B = 27.57$  МПа и  $K_{Ic} = 1.119$  МПа·м<sup>1/2</sup>, полученным экспериментально.

Кроме того, при  $0 \leq \eta < 1$  с помощью (4), (5) можно получить оценки критических размеров дефектов в виде отверстий и пор. Согласно экспериментальным данным [2], полученным при

растяжении пластин с центральным круглым отверстием, критический диаметр отверстия  $d_*$  оказался в интервале от 0.7 до 0.95 мм. Образцы были изготовлены из серого чугуна, прошедшего термообработку. Заготовки для образцов были получены в результате двух плавок. Образцы из двух различных плавок имели одинаковый предел прочности  $\sigma_B = 169$  МПа. Однако, критический коэффициент интенсивности напряжений  $K_{Ic}$  в [2] не определен. Поэтому значение  $K_{Ic}$  взято из [3], где  $K_{Ic}$  определен для четырех видов серого чугуна. Для чугуна, прошедшего аналогичную [2] термообработку, значение  $K_{Ic} = 11.6$  МПа·м<sup>1/2</sup>. Тогда по формуле (3) вычислим параметр  $L_* = 3$  мм. При  $\eta = 0.77$  критерий (4), (5) дает значение критического диаметра  $d_* = 0.8$  мм и достаточно хорошо описывает экспериментальные данные при других значениях диаметра отверстия.

На основе интегрального критерия (4), (5) и решения Н.И. Мусхелишвили задачи о растяжении плоскости с эллиптическим отверстием разработан алгоритм и составлена Фортран-программа для анализа разрушения при растяжении пластины с эллиптическим отверстием, большая ось которого наклонена к направлению растяжения под произвольным углом. Программа позволяет найти предельную нагрузку, место начала разрушения и направление разрыва на контуре отверстия. Кроме того, использование интегрального критерия дает зависимость предельной нагрузки от размера отверстия. Проведено сравнение результатов расчета с экспериментальными данными [4].

#### Список литературы

1. Li J., Zhang X.B. // Strength, Fracture and Complexity. 2005. V. 3, No 2–4. P. 205–215.
2. Ярёма С.Я., Ратыч Л.В. // Вопросы механики реального твердого тела. Киев: Наук. думка, 1964. Вып. 3, С. 33–37.
3. Глоувер А., Поллард Г. // Вязкость разрушения высокопрочных материалов: Пер. с англ. / Под ред. М.Л. Бернштейна. М.: Металлургия, 1973. С. 152–161.
4. Wu H.C., Yao R.F., Yip M.C. // Trans. ASME. J. of Applied Mechanics. 1977. V. 44, No 3. P. 455–461.

### A THREE-PARAMETER INTEGRAL FRACTURE CRITERION

M.A. Legan

A three-parameter integral fracture criterion is formulated. A comparison between the results of calculation of critical load and the direction of tear using this criterion and the experimental data on the fracture of specimens with stress concentrators is carried out. The data known in the literature as well as new experimental data are used. The availability of two material parameters and additional approximation parameter in the criterion allows one to find a good correlation between the calculated and experimental results.

*Keywords:* integral fracture criterion, stress concentration, fracture, experimental data.