УДК 519.71

МЕТОД СКОРОСТНОГО ГРАДИЕНТА В ЗАДАЧАХ АДАПТАЦИИ И УПРАВЛЕНИЯ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ

М.С. Ананьевский

Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург

msaipme@yandex.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011

Предложено развитие метода скоростного градиента на задачи асимптотического управления с наличием фазовых ограничений. Проведено обобщение метода скоростного градиента, позволяющее синтезировать функцию управления как в конечном, так и в дифференциальном виде для задач с фазовыми ограничениями. Сформулированы и доказаны теоремы о достижении цели управления в замкнутой системе. Предложенный алгоритм продемонстрирован на примере одновременного управления несколькими нелинейными осцилляторами. Приведены результаты численного моделирования.

Ключевые слова: метод скоростного градиента, фазовые ограничения, управление колебаниями.

Рассматривается задача управления механической системой:

$$(\text{ОУ})\quad \frac{dx}{dt}=F(x,u,t),\quad x(0)=x_0,\ x\in R^n,\ u\in R^m,$$

где u – вектор управления, x – вектор состояния системы, t – время. Пусть дополнительно задана некоторая неотрицательная функция $Q(x,t)$ и пусть целью управления является асимптотическая минимизация этой целевой функции $Q(x,t)$:

$$(\text{ЦУ})\quad Q(x(t),t)=0.$$

Для решения поставленной задачи в 1979 г. был предложен метод скоростного градиента [1], суть которого заключается в выборе функции управления в следующем виде:

$$(\text{АУ})\quad \frac{du}{dt}=-\gamma\cdot\operatorname{grad}_u\frac{dQ}{dt},\quad u(0)=u_0,$$

здесь производная функции $Q(x,t)$ берется в силу системы (ОУ), γ – положительно определенная матрица (параметр алгоритма).

Проводится обобщение метода скоростного градиента на случай, когда к уравнениям динамики объекта управления (ОУ) и цели управления (ЦУ) добавляются фазовые ограничения. Рассматриваются ограничения вида «не выйти за пределы области»:

$$B(x(t))\ge 0,\quad t\ge 0,$$

а также вида «движение по поверхности»:

$$B(x(t))=0,\quad t\ge 0.$$

В первом случае («не выйти за пределы области») вводится вспомогательная функция $V(x,t)$:

$$V(x,t)=Q(x,t)+\frac{\alpha}{B(x)},$$

и алгоритм управления предлагается выбирать в следующем виде ($\alpha>0$ – параметр алгоритма):

$$\frac{du}{dt}=-\gamma\cdot\operatorname{grad}_u\frac{dV}{dt},\quad u(0)=u_0.$$

Во втором случае («движение по поверхности») предполагается, что $B(x)$ – линейная функция. Предлагается использовать стандартный алгоритм скоростного градиента для целевой функции:

$$V(x,t)=Q(x,t)+\lambda B(x),$$

где λ – вектор множителей Лагранжа.

Приведены уточненные формулы для обобщенного алгоритма скоростного градиента, а также теоремы, устанавливающие достаточные условия выполнения цели управления с учетом фазовых ограничений.

Метод скоростного градиента, изначально сформулированный для задач адаптивного управления, имеет много приложений [2]. С помощью алгоритмов, построенных по методу скоростного градиента, были успешно решены некоторые задачи управления лабораторными установками: управление вибрационным стендом [3], управление многомаятниковой мехатронной установкой [4], управление раскачкой маятника Фуруты [5] и др. Метод оказался эффективным и для задач управления колебаниями в квантово-механических моделях молекулярных систем [6, 7].

Приведены примеры синтеза алгоритмов управления механическими системами с учетом фазовых ограничений на основе метода скоростного градиента. Эффективность предложенного метода продемонстрирована на примере синтеза алгоритма селективного управления системой, состоящей из нескольких нелинейных маятников с дефицитом управляющих воздействий. Приведены результаты численного моделирования.

Работа выполнена при поддержке ФЦП «Кадры», гос. контракт №16.740.11.0042.

Список литературы

1. Фрадков А.Л. Схема скоростного градиента и ее применение в задачах адаптивного управления // Автоматика и телемеханика. 1979. №9. С. 90–101.

2. Андриевский Б.Р., Стоцкий А.А., Фрадков А.Л. Алгоритмы скоростного градиента в задачах управления и адаптации (обзор) // Автоматика и телемеханика. 1988. №12. С. 5–59.

3. Томчин Д.А., Фрадков А.Л. Управление прохождением через область резонанса при пуске двухроторных вибрационных установок // Пробл. машиностроения и надежность машин. 2007. №4. С. 91–96.

4. Fradkov A.L. et al. Multipendulum mechatronic setup for studying control and synchronization. In: Dynamics and Control of Hybrid Mechanical Systems / Ed. by G. Leonov et al. Singapore: World Scientific, 2010. P. 211–222.

5. Shiriaev A.S. et al. Swinging up of simplified Furuta pendulum // Proc. 5th European Contr. Conf. Karlsruhe, Aug. 31 – Sep. 3, 1999.

6. Ананьевский М.С. Селективное управление наблюдаемыми в конечноуровневых квантовых системах // Автоматика и телемеханика. 2007. №8. С. 32–43.

7. Ананьевский М.С., Ефимов А.А., Фрадков А.Л. Управление изомеризацией в классических и квантовых ансамблях нежестких молекулярных систем. Пример LiCN/LiNC // IX Всерос. съезд по теоретич. и прикл. механике: Тез. докл. Нижний Новгород, 2006. С. 14.

THE VELOCITY-GRADIENT METHOD FOR ADAPTIVE CONTROL AND CONTROL WITH PHASE CONSTRAINTS

M.S. Ananyevskiy

New results for velocity-gradient method for control with phase constraints are obtained. A new control function for finite and differential form of the velocity-gradient method is proposed. The analytical results on the applicability of the algorithm are presented. The problem of constrained energy control of two pendulums by a single control action is studied as an example. Simulation results are presented.

Keywords: velocity-gradient method, phase constraints, control of oscillations.